



CAPÍTULO 3

CONCEPTOS FUNDAMENTALES EN ADMINISTRACIÓN DE INVENTARIOS

*Una vida sin riesgo es una vida gris,
pero una vida sin control
probablemente será una vida corta.*

Bertrand Russell

El objetivo de este capítulo es dar las nociones básicas en la administración de inventarios. En particular, el propósito es conocer el concepto de inventarios ABC, definir el coeficiente de variabilidad de un artículo y la importancia de éste coeficiente en la planeación y la estrategia para el reabastecimiento del inventario.

Se hablará también sobre los principales costos de inventarios, se explicará detalladamente el concepto de inventario promedio y punto de reorden y se harán algunos ejercicios en el cálculo de los costos asociados a esta actividad.

3.1 Inventarios ABC

Regularmente es imposible vigilar todo, una empresa podría manejar miles de artículos diferentes. Tratar de establecer una política de pedido para cada uno de ellos sería una labor titánica, y en la inmensa mayoría de las ocasiones los beneficios que esto implicaría para una empresa serían marginales.

Ante esto, un consejo práctico para las organizaciones es utilizar una clasificación de inventario denominada "Inventarios ABC". La clasificación está basada en la importancia que tienen los diferentes artículos dentro de la administración de inventarios y es una aplicación directa de un concepto denominado *El Principio de Pareto*.

A finales del Siglo XIX un economista italiano llamado Wilfredo Pareto enunció una regla también conocida como el "80-20". La regla nace de haber observado la conformación de su sociedad y percibir que regularmente un 80% de la riqueza está en manos de un 20% de la población mientras que el 20% de la riqueza restante se encontraba distribuido en el 80% del resto de los habitantes de una ciudad o estado. Aunque las proporciones no son exactas o pueden tener pequeñas variaciones, regularmente la distribución de la riqueza aún conserva esta característica en la gran mayoría de los países.

Es posible extrapolar el principio de Pareto a diversas áreas, en particular, cuando uno trata de aplicar este concepto a la administración de inventarios, entonces es posible crear una nueva manera de agrupar a los diferentes artículos basándose en su volumen de ventas.

Aunque la regla no se cumple de manera exacta en todas las compañías, es posible esperar que un 60% de la totalidad de este volumen provenga de un 20% de los productos. A este 20% de los productos se les denomina artículos A, el 30% siguiente serán los artículos B y el resto serán denominados artículos C.

Los valores que se señalan son relativamente arbitrarios, cada empresa posee particularidades y cuando alguien decide utilizar este criterio deberá estar consciente de la realidad de su organización. Además de los costos es importante considerar otros criterios, lo que es sin duda la principal dificultad en este tipo de análisis. No obstante, es innegable que un pequeño porcentaje de productos, desde cualquier criterio, son fundamentales para el correcto funcionamiento de cualquier compañía o para mejorar su rentabilidad, estos serían clasificados indiscutiblemente como productos tipo A; y con base en estos criterios es posible seleccionar los productos que pertenecen a las demás categorías.

De esta forma, cuando un almacén maneja una cantidad muy diversa de productos, lo recomendable es concentrar los esfuerzos en aquellas mercancías que realmente son significativas y establecer una política de pedido eficiente para estas unidades, mientras que el resto es posible que puedan ser manejadas basándose en las políticas obtenidas para las primeras o utilizando una administración más flexible.

Ejemplo 3.1

Considere una empresa que maneja diez productos diferentes y cuyos datos sobre demanda y volumen de ventas se muestran a continuación:

Número de pieza	Uso anual (\$)
42	43,800
39	870
24	3,900
16	96,500
48	740
12	390
62	2,150
57	82,500
36	7,280
31	6,930

Realice una clasificación de los artículos ABC para estos datos.

Solución.-

Antes de establecer una posible clasificación para estas unidades regularmente es adecuado ordenarles de menor a mayor y obtener el porcentaje que este objeto representa del valor total.

Número de pieza	Uso anual (\$)	% del valor total
16	96,500	39.38
57	82,500	33.67
42	43,800	17.87
36	7,280	2.97
31	6,930	2.83
24	3,900	1.59
62	2,150	0.88
39	870	0.36
48	740	0.30
12	390	0.16
Total	245,060	100.00

Dados los porcentajes que se observan, una posible clasificación podría ser:

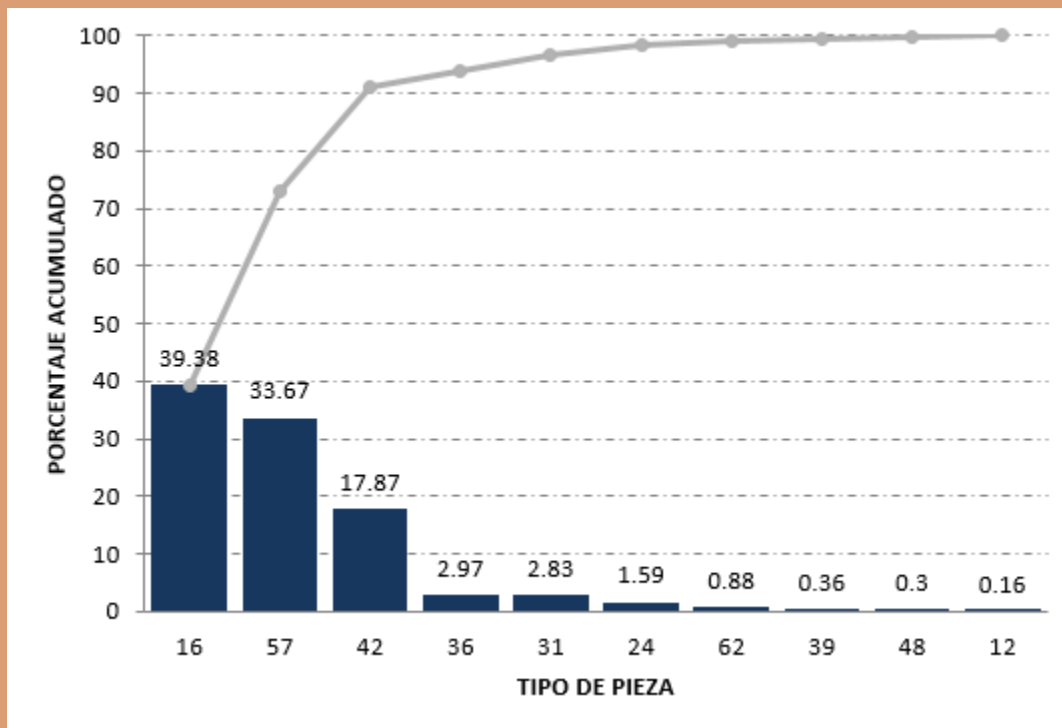
Artículos A: Pieza 16 y Pieza 57

Artículos B: Pieza 42, Pieza 36 y Pieza 31

Artículos C: Pieza 24, Pieza 62, Pieza 39, Pieza 48 y Pieza 12

FIGURA 3.1

DIAGRAMA DE PARETO



3.2 Coeficiente de Variabilidad

El coeficiente de variabilidad es una medida que relaciona el tamaño de la media y la variabilidad que se presenta entre los datos. La fórmula con la que se puede obtener el coeficiente de variación es la siguiente:

$$CV = \frac{s}{\bar{x}}$$

Donde s representa la desviación estándar y \bar{x} representa la media.

Este coeficiente resulta sumamente útil cuando analizamos la demanda de un artículo durante un periodo de tiempo.

Si el coeficiente de variabilidad es pequeño, entonces la demanda del artículo podría considerarse constante. De lo contrario, entonces debemos analizar qué tan alta es la variabilidad como para saber el trato que debe otorgarse a este artículo.

La siguiente tabla puede darnos una buena clasificación del artículo. Note que la frecuencia con la que los datos son medidos afecta la clasificación de dicho artículo.

TABLA 3.1
INTERPRETACIÓN DEL COEFICIENTE DE VARIABILIDAD

Variabilidad Frecuencia de la medición	Variabilidad Pequeña	Variabilidad Alta	Variabilidad Muy Alta
Diaria	$CV \leq 2.45$	$2.45 \leq CV \leq 4.90$	$CV \geq 4.90$
Semanal	$CV \leq 1.00$	$1.00 \leq CV \leq 2.00$	$CV \geq 2.00$
Mensual	$CV \leq 0.50$	$0.50 \leq CV \leq 1.00$	$CV \geq 1.00$

Regularmente el tamaño de la variabilidad del artículo es fundamental para determinar el tipo de método que se utilizará para el manejo de este producto.

Una variabilidad pequeña regularmente está asociada a un manejo de inventario de la forma Q, r (Cantidad de pedido, Punto de Reorden). Si la variabilidad es alta regularmente esto refleja la existencia de estacionalidades, o bien, simplemente a una demanda demasiado errática. Si la variabilidad es muy alta, entonces frecuentemente se trata de artículos que tienen una “demanda granulada”, es decir, cuyo uso es muy poco frecuente.

Para analizar la estacionalidad de la demanda es necesario tener la historia de al menos un periodo de dos años (regularmente resulta casi imposible observar la estacionalidad analizando periodos menores a este lapso de tiempo). En el caso en que podamos descubrir estacionalidades de la demanda, lo aconsejable sería utilizar un método de pronóstico que nos permita explicar el comportamiento de los datos. En este caso hacer que el Coeficiente de Variabilidad tome el valor del resultado de la división de la desviación estándar de los errores entre la demanda promedio y si ahora CV está en los parámetros descritos en la tabla como una variabilidad pequeña, entonces podemos pensar en que la variabilidad de la demanda es explicada por la estación.

En el caso en que no podamos explicar la variabilidad de los datos por medio del análisis de las estaciones, entonces debemos aceptar que la demanda es errática y el objetivo deberá ser entonces el tratar de explicar por qué la demanda se comporta de esta manera. Esto puede deberse en muchos casos a factores tales como promociones, descuentos, un pedido grande realizado por un cliente en particular, demanda granulada, etc.

Una observación importante es la siguiente, frecuentemente las empresas confunden el término “demanda” con “ventas”, la razón es simple, en la gran mayoría de ellas no existe un registro de demanda, pero si existe un registro de ventas, por lo que suponen que la demanda de un periodo corresponde a las ventas en ese periodo. Esto es regularmente cierto excepto en el caso en que no se posean las unidades para poder satisfacer la demanda, es decir, excepto en el caso en que existan faltantes. Por ejemplo, observe el comportamiento de la demanda en la siguiente tabla:

FIGURA 3.2

EJEMPLO DEL COMPORTAMIENTO DE LA DEMANDA

Periodo	...	17	18	19	20	21	22	23	24	25	...
Demanda	...	321	289	253	71	0	0	582	278	316	...

En este caso, una explicación sobre el comportamiento de la demanda entre la semana 20 y 23 es la siguiente: “en la semana 20 sólo había en inventario 71 unidades y se agotaron esa semana, y durante las semanas 20 y 21 el inventario se encontraba en cero y las piezas llegaron en la semana 23”. Si este es el caso, entonces se deberían eliminar los datos que corresponden a estas semanas, o bien, sustituirlos por algún valor que usted considere adecuado. La eliminación o sustitución de estos datos significará una reducción importante en el valor del Coeficiente de Variabilidad.

Como se había comentado anteriormente, la manera de elegir las políticas de inventarios está en función de este coeficiente y de las explicaciones que podamos obtener del análisis de la variabilidad.

3.3 Costos relevantes en la Administración de Inventarios

Aun y cuando puedan variaciones significativas en las características y costos que cada empresa contempla como un costo asociado al hecho de tener inventario, la gran mayoría de éstos podrían colocarse principalmente en algunas de las siguientes cuatro categorías: costos de

preparación (o costos de pedir), costos de conservación, costos de penalización por faltantes y costos de adquisición. Los tres primeros costos son considerados los costos relevantes de inventarios, mientras que los costos de adquisición podrían influenciar en una política de inventarios solamente si es posible alcanzar descuentos por volumen (es decir, economías a escala).

3.3.1. Costos de Preparación (Costo de Pedido)

Este costo también podría conocerse como costo de levantar una orden o costo de preparar una corrida de producción (si es que estamos considerando empresas que manufacturan sus propios artículos).

Regularmente en este costo se reflejan básicamente los costos fijos de realizar un pedido (en los modelos comerciales) o aquellos costos en que se incurre cuando se proyecta realizar una corrida de producción (en los modelos de producción). Este concepto es importante, ya que los costos aquí reflejados deben ser teóricamente independientes del tamaño del pedido (o del tamaño de la corrida de producción).

Por lo regular, al momento de realizar un pedido se incurre tanto en costos fijos y variables, por ejemplo, suponga que usted hace un pedido de 1 000 unidades a un proveedor que se encuentra en otra ciudad, y el proveedor le dice que el costo de transportar la mercancía hasta su local tendrá un costo fijo de \$8 000 más un costo variable de \$2 por unidad. En este caso, el costo fijo de \$8 000 está asociado con este costo, mientras que el costo de transportación variable por unidad no debería anexarse a este rubro. En un modelo comercial, además de los costos de transportación regularmente son anexados en este punto los costos de generación (llamadas telefónicas, tiempo empleado, etc.) y los costos de recepción (mano de obra dedicada a la clasificación y manejo de las unidades).

En los modelos productivos, los costos asociados a este rubro regularmente son los esfuerzos de la mano de obra para la preparación de la corrida (posibles modificaciones en el layout, los costos de preparación de la maquinaria, los costos de oficina, capacitación de la mano de obra, etc.).

Este costo fijo de pedir o preparar una corrida de producción la denominaremos con la letra A . Nótese que este costo es independiente de las unidades que se producen y del tiempo y que se tendrá que pagar un costo A cada vez que se decida realizar una orden o preparar la corrida de producción.

3.3.2. Costos de Conservación

También podría ser denominado costo de mantenimiento de inventario, y básicamente refleja la suma de todos los costos proporcionales a la cantidad de inventario disponible. Por otra parte, este rubro intenta reflejar los gastos en los que se incurre al mantener una cantidad de artículos en inventario durante un determinado periodo de tiempo, por lo que necesariamente deberá estar ligado a un intervalo de tiempo (por ejemplo, costo anual, semestral, mensual, etc.).

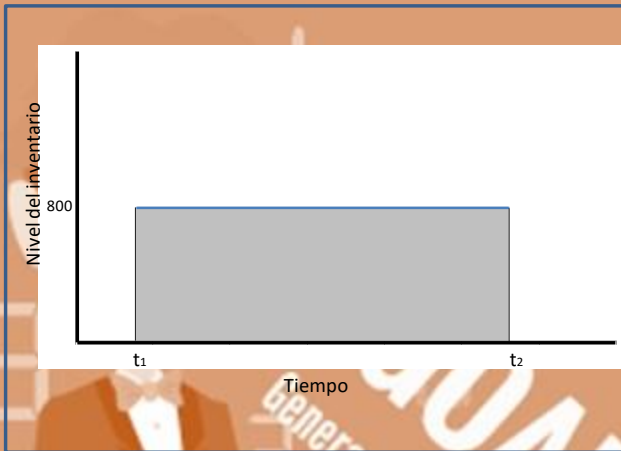
Un componente fundamental de este costo está ligado al costo de oportunidad asociado a mantener un capital que no se ha invertido en otros bienes por haberse destinado a la adquisición del inventario. Es decir, suponga que en lugar de tener invertido su capital en un inventario usted decidiese colocar su capital en algún tipo de inversión, esto le significaría que en el largo plazo esto podría darle a usted un rédito de un 7%. Posiblemente invirtiendo este dinero en otros instrumentos financieros podría mejorar el rendimiento de este capital, incluso, si usted decidiese haberlo invertido en otro tipo de artículos hubiera podido obtener un mayor rendimiento. Este costo asociado a tener su dinero invertido en un material que se encuentra guardado y que no es utilizado es el concepto básico de este componente. Además de este costo de oportunidad, podrían estar considerados en este rubro otros conceptos tales los impuestos, los seguros, depreciación, menguas, obsolescencia, etc. Regularmente para el cálculo de estos costos es común considerar un porcentaje del valor del producto, es decir, si C es el valor monetario de cada unidad en inventario y consideramos a i como el porcentaje anual de conservar una unidad en inventario durante un año, y definimos a h como el costo de mantener a una unidad en inventario durante un año, entonces $h = iC$.

Por otra parte, considere también que la cantidad de artículos que usted guarda en inventario no permanece constante en el tiempo, entonces este costo que sería proporcional a cada artículo guardado también estaría oscilando continuamente en el tiempo.

Por ejemplo, considere el siguiente gráfico:

FIGURA 3.3

NIVEL DE INVENTARIO CONSTANTE EN EL TIEMPO

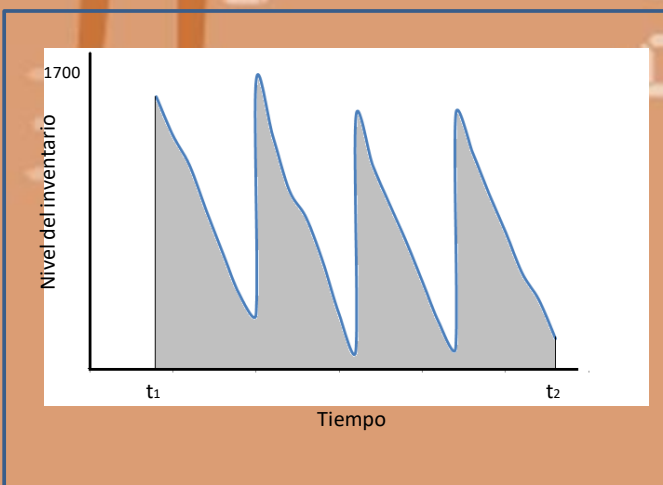


Es obvio que en este caso, si nosotros quisiéramos obtener el costo de mantenimiento del inventario en el periodo que va de t_1 a t_2 , entonces únicamente tendríamos que saber la fracción del tiempo que esto representa y multiplicarlo por el costo de mantener una unidad en inventario durante un año (h). Es decir, si la fracción del tiempo contenido entre t_1 y t_2 fuese seis meses ($1/2$ de año), entonces el costo de mantenimiento sería: $(1/2) 800 h$.

Este cálculo podría complicarse si la gráfica de comportamiento del inventario fuese como la que se presenta a continuación:

FIGURA 3.4

COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO EN EL TIEMPO



En este caso el cálculo del valor del inventario involucra el cálculo del inventario promedio en la fracción del tiempo que va de t_1 a t_2 . El concepto de inventario promedio es fundamental en el cálculo del costo de mantenimiento y lo veremos con más detenimiento en la siguiente sección.

3.3.3. Costos de Penalización por Artículos Faltantes

Este costo también es conocido como costo de escasez, costo por desabasto, costos de agotamientos, costos por pedidos retroactivos o costos por mantención de órdenes pendientes.

Cuando la demanda de un comprador no puede ser satisfecha se habla de un faltante (stockout). En el caso que el comprador acepte recibir sus artículos fuera de plazo se habla de órdenes pendientes (backorders), en caso de que el comprador no acepte los productos fuera de plazo y decida recurrir a otra instancia, entonces se habla de ventas perdidas. En la práctica, la situación normalmente está entre los dos extremos, en cualquier caso, se pueden diseñar estrategias que definan cuál es la mejor política a seguir.

En el caso de pedidos en espera, se puede hablar de dos tipos de penalización asociados a este hecho. En primer lugar, se podría hablar de un costo asociado a cada unidad que se demanda y que es independiente del tiempo de entrega, denominaremos π a este costo. También podría existir otro costo asociado con el tiempo que el cliente espera para recibir su pedido, este costo lo denominaremos π_τ .

Para dar un ejemplo, suponga lo siguiente, usted distribuye un producto cuyo precio de venta es de \$1000. Suponga que ha hecho un acuerdo con sus clientes, si uno de ellos solicita un artículo y usted no lo tiene en existencia, entonces usted ofrecerá un descuento de \$50 por la espera, más un descuento de \$10 por cada día de atraso que usted tenga en entregarle ese producto. En este caso, $\pi_\tau = \$10/\text{día}$ y $\pi = \$50$.

Además de descuentos ofrecidos, los costos asociados a las órdenes pendientes pueden ser muy variados, por ejemplo, si usted tiene faltantes es posible que usted esté dispuesto a pagar un mayor precio por la adquisición de unidades, se puede incurrir en costos administrativos (por ejemplo el hecho de contratar un flete especial para tener la pieza), pero sobre todo, regularmente también en este rubro se considera el costo de buena voluntad de los clientes por no ofrecer una respuesta inmediata a una demanda y que puede estar asociada a la pérdida de clientes en el futuro. Por otra parte, si el desabasto se transforma en ventas perdidas, entonces el valor de π deberá considerarse como la pérdida de oportunidad $V - C$ en donde V es el precio de venta y C es el costo de adquisición.

Generalmente los costos por desabasto se consideran mayores que los costos de mantener inventarios, ya que satisfacer las órdenes pendientes nos llevan a incurrir en costos más altos por el trabajo extraordinario, la pérdida de la buena voluntad de los clientes (que finalmente puede transformarse en ventas perdidas) y porque frecuentemente se está dispuesto a asumir un mayor costo en la producción o el abasto de la mercancía.

3.3.4. Costos de Adquisición

El costo de adquisición C regularmente está asociado con el precio unitario de compra o con el costo unitario de producción (aunque también podría incluir otros costos si éstos fuesen variables dependiendo del número unidades que se adquieren o se producen).

Los costos de adquisición frecuentemente no se incluyen en los modelos de inventarios ya que regularmente son considerados como constantes. En este texto, estos costos se incluirán en la formulación del problema únicamente en el caso de que existan descuentos por volumen, en donde el reflejo del ahorro podría impactar a la función de costo total.

3.3.5. Costo Total

El costo total anual (K) ordinariamente se define como la suma de todos los costos descritos anteriormente: el costo anual de pedir, el costo anual de mantenimiento y el costo anual de desabasto (y en algunas ocasiones es necesario considerar el costo anual de adquisición).

El costo anual de pedir se obtiene multiplicando el costo de realizar un pedido (A) por el número de pedidos realizados en el año (N).

El costo anual de mantener es el costo de mantener una unidad en inventario (h) por el inventario promedio.

Finalmente, el costo anual de desabasto puede tener dos vertientes, aquel que es independiente del tiempo y el que está asociado con el tiempo que se tarda la entrega del producto. El costo de desabasto independiente del tiempo se obtiene multiplicando a π por el número de unidades faltantes durante el año, y el costo anual de desabasto que depende del tiempo, el cual se obtiene multiplicando a π_τ por el número promedio de piezas agotadas durante el año.

En otras palabras, podemos considerar el costo total anual como la suma de estos tres costos:

$$K = \left\{ \begin{array}{l} \text{Costo anual} \\ \text{de pedir} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Costo anual} \\ \text{de mantener} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Costo anual} \\ \text{de desabasto} \end{array} \right\}$$

Aunque en el caso de los modelos teóricos es posible que algún modelo no considere permitir faltantes y el costo total anual esté compuesto únicamente por los primeros dos componentes (el costo anual de pedir y el costo anual de mantener), en la práctica estos tres costos siempre están presentes.

3.4 Dos conceptos fundamentales

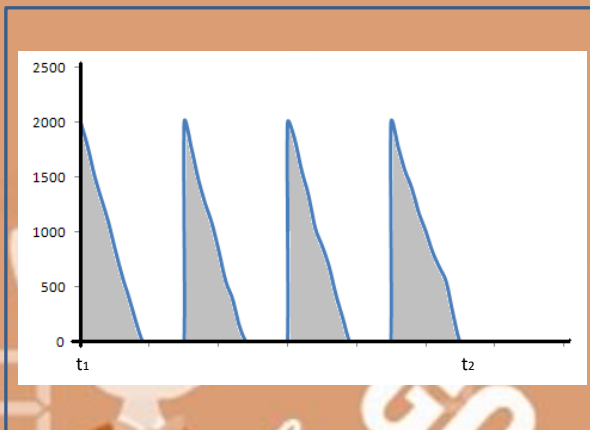
3.4.1. Inventario y desabasto promedio

Calcular los costos reales de mantener un inventario no es una tarea simple o sencilla. De hecho, en la realidad es poco posible poder obtener el costo exacto de haber mantenido un lote de unidades en inventario durante un periodo de tiempo. No obstante, la idea de establecer este el costo de mantenimiento de cada artículo durante una unidad de tiempo como un porcentaje del valor del inventario puede resultar una idea sumamente útil, y la aproximación que se obtiene, frecuentemente ofrece una idea bastante acertada. No obstante, dada la continua rotación de artículos, el inventario no se mantiene constante, por lo que el cálculo de este costo podría dificultarse.

Establecer un costo diario de mantenimiento a cada producto y estar midiendo frecuentemente el inventario no resulta una idea práctica. La manera más simple resulta ser asignar un costo anual de mantenimiento a cada producto y multiplicar este costo por el inventario promedio. El inventario promedio, representa simplemente el número promedio de unidades en inventario durante una unidad de tiempo. Aunque el concepto parece ser muy simple, el cálculo de este valor podría ser más complicado de lo que aparenta. Observe la siguiente figura:

FIGURA 3.5

EJEMPLO DE COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO

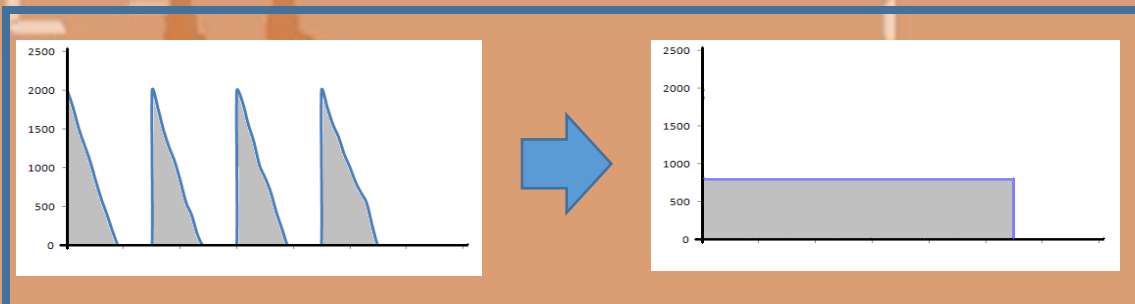


¿Cómo podríamos obtener el promedio de inventario en la fracción del tiempo que va de t_1 a t_2 ? Aun y cuando podamos observar que la altura máxima del inventario es 2000 unidades y el punto medio de la gráfica podría parecer el inventario promedio (es decir, la gráfica podría “sugerirnos” que el inventario promedio es de 1000 unidades), los periodos en donde no existe inventario harán que el inventario promedio se encuentre por debajo de este punto.

La idea intuitiva es la siguiente, suponga que usted tiene un cuadro (como aquellos que se utilizan para colgar algún paisaje) y que tanto la parte delantera como trasera del cuadro está protegida por cristales; en medio de los cristales usted coloca arena y finalmente esta arena toma la forma del dibujo que se presenta en la Figura 3.5. El inventario promedio lo podrá obtener cuando usted después de mover varias veces este cuadro logre hacer que toda la arena quede a una misma altura.

FIGURA 3.6

CONCEPTO DEL INVENTARIO PROMEDIO



Obviamente, esto no siempre resulta práctico tratar de realizarlo, sin embargo, la clave del concepto se encuentra en la cantidad de área que se encuentra en ambas figuras, éstas cantidades debería ser exactamente iguales.

CÁLCULO DEL INVENTARIO PROMEDIO EN UN MODELO COMERCIAL

Para ilustrar este concepto, consideremos el siguiente ejemplo:

Ejemplo 3.2

Suponga una empresa que se dedica a la comercialización de un determinado producto conoce con exactitud la demanda que tendrá durante cada uno de los próximos cuatro trimestres, suponga además que, aunque la demanda varía de trimestre a trimestre, la tasa de consumo durante los trimestres se mantiene constante (es decir, la razón de consumo es constante dentro de los trimestres). Dado el conocimiento perfecto de la demanda se han programado las fechas de entrega de pedidos de tal forma que estas llegarán justo en el momento en que su inventario se haya agotado. Finalmente, suponga que la empresa ha decidido hacer cuatro pedidos durante el año, todos con exactamente la misma cantidad de unidades. Los datos relevantes sobre la demanda de cada trimestre se presentan en la Tabla 3.2.

TABLA 3.2

DESCRIPCIÓN DE LA DEMANDA POR TRIMESTRES

Periodo	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Demanda	2000	1000	3000	4000

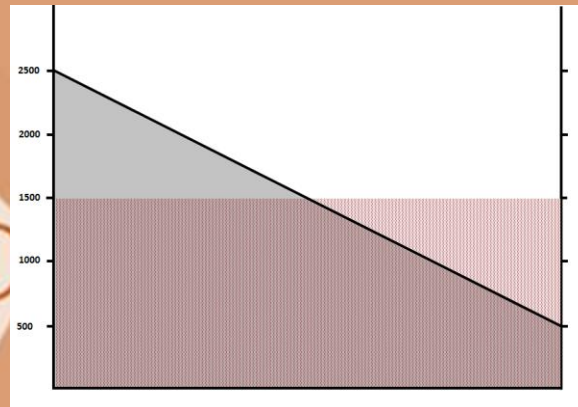
Dado que la empresa ha decidido realizar sus pedidos por la misma cantidad de unidades, entonces el tamaño de cada pedido debería ser de 2500 unidades.

Considerando estos datos (y antes de calcular el inventario promedio) realizaremos ahora una representación gráfica del comportamiento del inventario.

Dado que las entregas están programadas, entonces al inicio del primer trimestre se debería de recibir el primer pedido con 2500 unidades, por lo que iniciaremos nuestra gráfica en el tiempo cero y con una cantidad de 2500 unidades en inventario. Dada la tasa de consumo, entonces el primer periodo terminará con una cantidad de 500 unidades en inventario. La representación gráfica de lo anterior puede observarse en la siguiente figura:

FIGURA 3.7

COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO DURANTE EL PRIMER TRIMESTRE

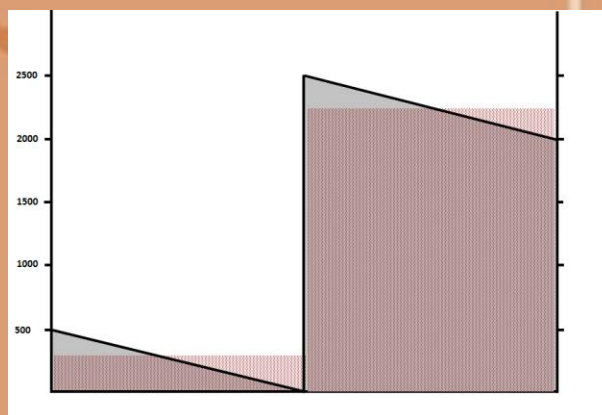


Dado que al iniciar el periodo teníamos 2500 unidades y al finalizar se poseen 500 unidades en inventario, entonces el inventario promedio será igual a 1500 unidades (el promedio de 2500 y 500 unidades).

Note ahora que al inicio del segundo bimestre se tendrán 500 unidades en inventario y que el consumo del segundo bimestre es de 1000 unidades, por lo tanto, estas 500 unidades durarán hasta la mitad del segundo bimestre; en ese momento llegará a la empresa una nueva remesa de 2500 unidades (recuerde que una remesa está planificada para llegar justo en el momento en que se agotan las unidades en existencia) de las cuales se consumirán únicamente 500 durante el resto del bimestre, por lo que se finalizará el segundo bimestre con un inventario de 2000 unidades. La representación gráfica del comportamiento del inventario en el segundo bimestre se puede observar en la siguiente figura:

FIGURA 3.8

COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO DURANTE EL SEGUNDO TRIMESTRE



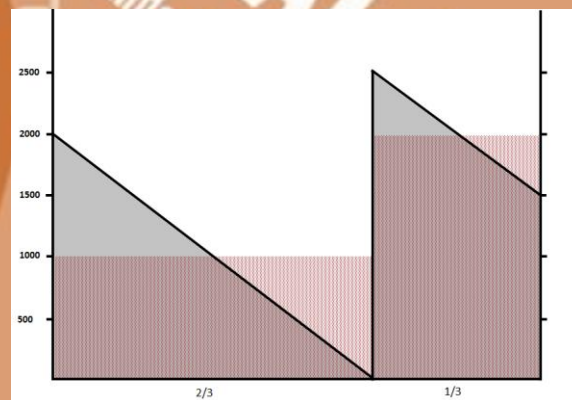
Note ahora que el inventario promedio durante la primera mitad del periodo es de 250 unidades, mientras que durante la segunda mitad del periodo el inventario promedio será de 2250 unidades. Por lo tanto, el inventario promedio este periodo será de:

$$\bar{I}_2 = 250 \left(\frac{1}{2} \right) + 2250 \left(\frac{1}{2} \right) = 1250$$

En el tercer trimestre, la gráfica iniciará en las 2000 unidades y dado que la demanda en este trimestre es de 3000 unidades, entonces las unidades existentes serán consumidas en $\frac{2}{3}$ de trimestre, en ese momento llegará un nuevo cargamento de 2500 unidades y en el resto del trimestre se consumirán 1000 unidades, por lo que el tercer bimestre finalizará con un inventario de 1500 unidades.

FIGURA 3.9

COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO DURANTE EL TERCER TRIMESTRE



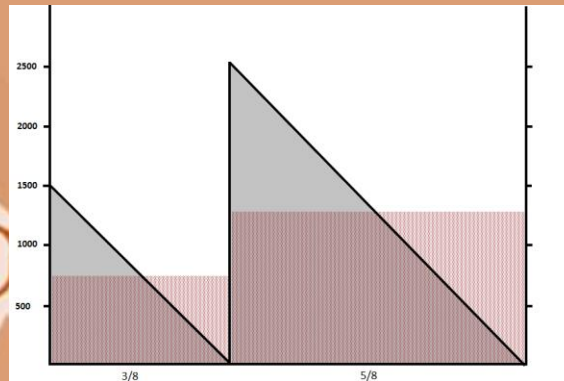
Note ahora que el inventario promedio durante las primeras dos terceras partes del periodo es de 1000 unidades, mientras que en la última tercera parte del periodo el inventario promedio será de 2000 unidades. Por lo tanto, el inventario promedio este periodo será de:

$$\bar{I}_3 = 1000 \left(\frac{2}{3} \right) + 2000 \left(\frac{1}{3} \right) = 1333.33$$

Finalmente, en el cuarto trimestre la gráfica debería iniciar con 1500 unidades en inventario, esto se consumiría en $\frac{3}{8}$ de trimestre (note que $1500/4000 = \frac{3}{8}$); en ese momento se recibirían 2500 unidades, las cuales se utilizarían para llegar hasta el final de ese periodo. Esto se puede observar en la siguiente figura:

FIGURA 3.10

COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO DURANTE EL CUARTO TRIMESTRE



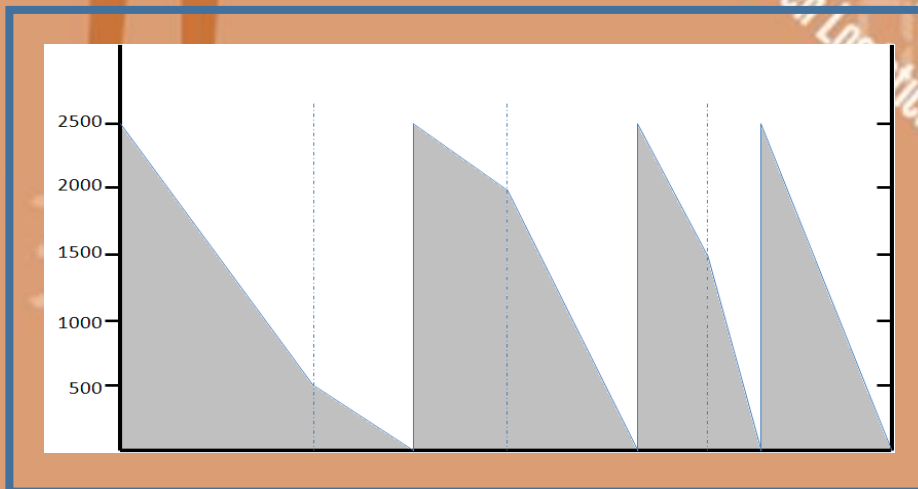
El inventario promedio durante las primeras 3/8 partes del periodo es de 750 unidades, mientras que en las últimas 5/8 partes será de 1250 unidades. Por lo tanto, el inventario promedio este periodo será de:

$$\bar{I}_4 = 750 \left(\frac{3}{8}\right) + 1250 \left(\frac{5}{8}\right) = 1062.50$$

Uniendo todos los gráficos observados en las figuras anteriores, entonces podemos ver que el comportamiento del inventario durante el año es:

FIGURA 3.11

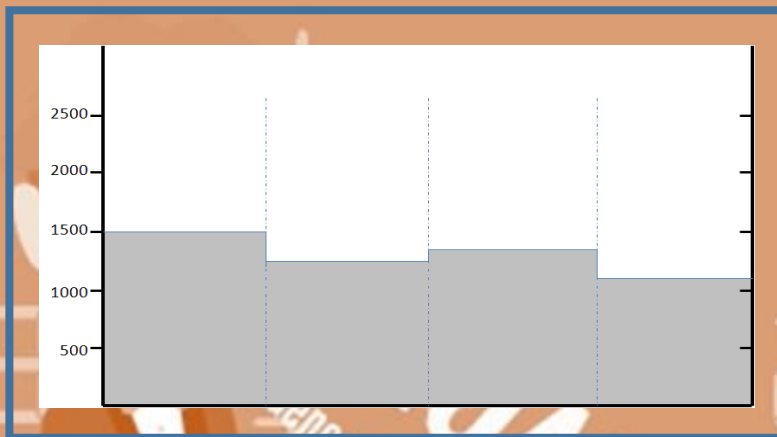
COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO DURANTE LOS CUATRO TRIMESTRES



Como se había mencionado, el inventario promedio en el primer trimestre será de 1500 unidades; en el segundo trimestre el área sombreada es de 1250 unidades; en el tercer trimestre es 1333.33 y; en el último trimestre el área sombreada es de 1062.5. Con estos cálculos, entonces podemos visualizar al inventario promedio como:

FIGURA 3.12

NIVEL DEL INVENTARIO PROMEDIO EN CADA TRIMESTRE



De esta forma, el nivel de inventario promedio anual es de 1286.4583 unidades (que representa la media del inventario de cada trimestre).

Una parte clave en este punto es tener una visión clara del comportamiento del inventario. La representación de este comportamiento resulta sumamente útil en el cálculo del inventario promedio.

CÁLCULO DEL INVENTARIO PROMEDIO EN UN MODELO PRODUCTIVO

Cuando tenemos un modelo productivo, la representación de este comportamiento regularmente representa una mayor complejidad. Observe el siguiente ejemplo:

Ejemplo 3.3

Suponga que una empresa dedicada a la manufacturación de un determinado producto conoce con exactitud la demanda que tendrá durante cada uno de los próximos cuatro trimestres, suponga además que, aunque la demanda varía de trimestre a trimestre, la tasa de consumo durante los trimestres se mantiene constante (es decir, la razón de consumo es constante dentro de los trimestres). Como es de suponerse, la tasa de producción se mantiene constante durante el año (es decir, se produce a una tasa constante) y es de 32000 unidades/año (esto es, si se produjese todo el año se alcanzarían a producir 32000 unidades).

La empresa ha decidido realizar cuatro corridas de producción en el año (todas las corridas serán del mismo tamaño) y cada una de ellas se ha programado para iniciar justo en el momento en

que el inventario se agote. Los datos relevantes sobre la demanda de cada trimestre se presentan en la Tabla 3.3.

TABLA 3.3

DESCRIPCIÓN DE LA DEMANDA POR TRIMESTRES

Periodo	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Demanda	6000	3000	6000	1000

Dado que la empresa ha decidido realizar sus pedidos por la misma cantidad de unidades, entonces el tamaño de cada corrida de producción debería ser de 4000 unidades.

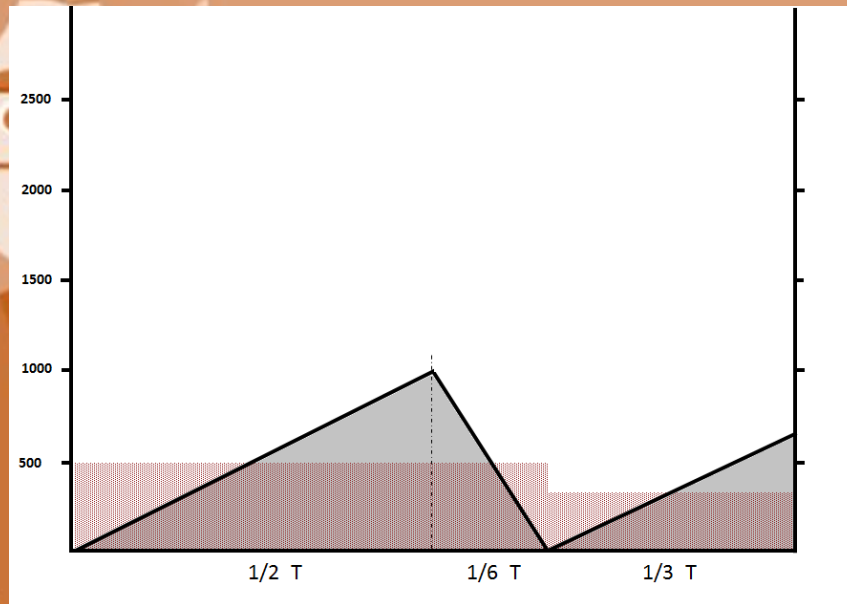
Tratar de explicar el comportamiento del inventario en este caso es un poco más complicado que en el caso anterior. En primer lugar, considere que la tasa de producción es constante y las corridas de producción tienen el mismo tamaño, por lo que los periodos de producción serán del mismo tamaño. Por ejemplo, dado que la tasa de producción anual es de 32000 unidades/año entonces la tasa de producción es de 8000 unidades/trimestre. Dado que el tamaño de las corridas de producción es de 4000 unidades, los periodos de producción deberán durar exactamente medio trimestre.

Por otra parte, la demanda varía de periodo a periodo pero es constante dentro de cada periodo, lo cual implica que incluso durante los periodos de producción existe demanda. Este hecho es importante, ya que se debe considerar que durante el tiempo que se produce también existe consumo, y que aun y cuando el tamaño del lote de producción sea de 4000 unidades el inventario máximo no llegará a tomar este valor.

Por ejemplo, considere el primer trimestre. La corrida de producción inicia en el tiempo cero y se estará produciendo por medio trimestre, en este medio trimestre se producirán las 4000 unidades, pero, por otra parte, durante esta mitad del trimestre se demandarán 3000 unidades (ya que la demanda del trimestre es de 6000 unidades). Por lo que, al llegar a la mitad del periodo, el tamaño del inventario será únicamente de 1000 unidades. Estas 1000 unidades existentes se consumirán en una sexta parte del periodo (cuando hayan pasado dos terceras partes del trimestre) y ahí deberá iniciar otra corrida de producción que nuevamente durará medio trimestre (es decir, la segunda corrida de producción terminará en el segundo trimestre). Durante la tercera parte restante se producirán 2666.67 unidades (lo equivalente a $8000/3$) y se consumirán 2000 unidades, y por tanto el primer periodo terminará con 666.67 unidades en inventario.

FIGURA 3.13

COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO EN EL PRIMER TRIMESTRE



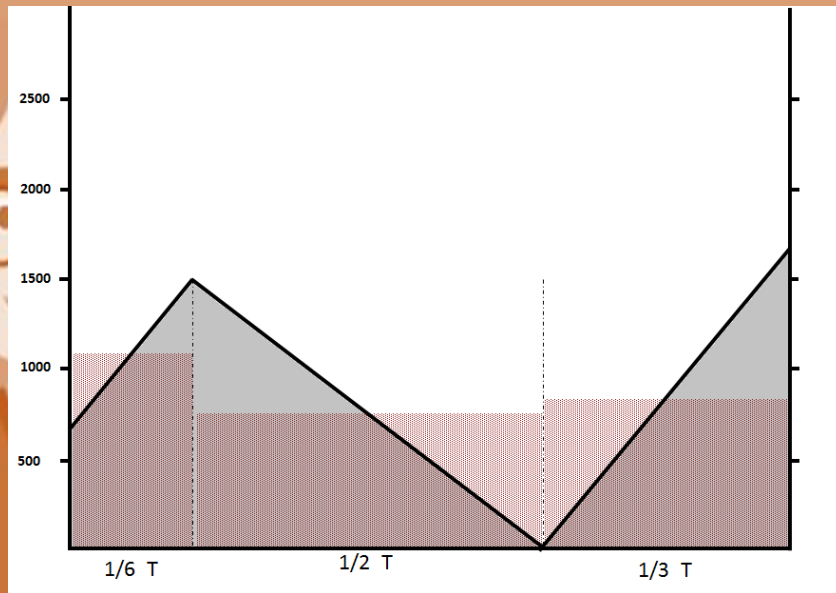
El inventario promedio durante $2/3$ del periodo será de 500 unidades, mientras en el último tercio del periodo será de 333.33 unidades. Por lo que

$$\bar{I}_1 = 500 \left(\frac{2}{3} \right) + 333.33 \left(\frac{1}{3} \right) = 444.44$$

El segundo periodo iniciará con 666.67 unidades y en la etapa de producción. Esta etapa de producción durará todavía un sexto del trimestre y ahí terminará la segunda corrida de producción. Durante esta sexta parte se producirán 1333.33 unidades (lo equivalente a $8000/6$) y se consumirán 500 unidades. Dado que se inició este periodo con 666.67 unidades, cuando se llegue a la sexta parte del segundo periodo existirán 1500 unidades en inventario. Estas 1500 unidades se consumirán en la mitad del periodo, por lo que el inventario estará en cero unidades cuando el tiempo sea $2/3$ de trimestre, en este punto se iniciará una nueva corrida de producción; en esta última tercera parte del trimestre se producirán 2666.67 unidades y se consumirán 1000 unidades, por lo que el tercer semestre iniciará con 1666.67 unidades en inventario y faltando lo correspondiente a una sexta parte del periodo para concluir el tercer lote de producción.

FIGURA 3.14

COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO EN EL SEGUNDO TRIMESTRE



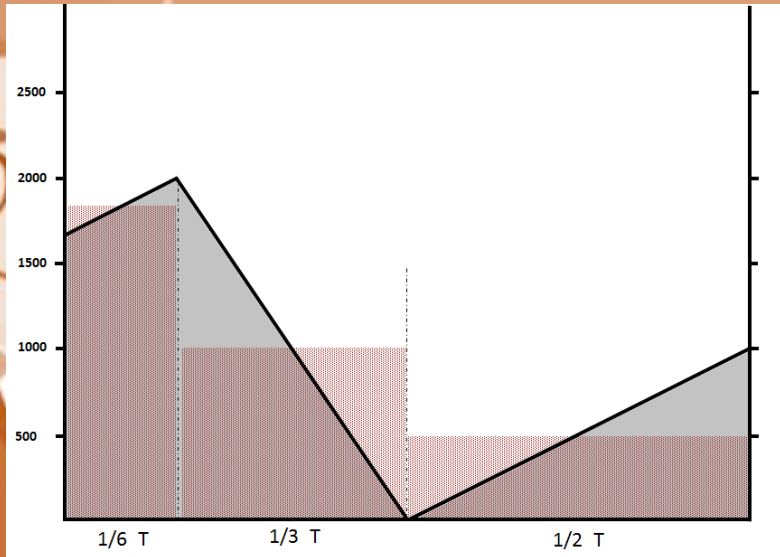
Como se observa en la figura, el inventario promedio durante la sexta parte del trimestre será de 1083.333 unidades (el punto medio entre 666.67 y 1500); durante la mitad del periodo el inventario promedio será de 750 unidades (el punto medio entre 1500 y 0); y finalmente, durante el último tercio del periodo será de 833.33 unidades (el punto medio entre 0 y 1666.67). De esta manera, el inventario promedio en este periodo será de

$$\bar{I}_2 = 1083.333 \left(\frac{1}{6}\right) + 750 \left(\frac{1}{2}\right) + 833.33 \left(\frac{1}{3}\right) = 833.33$$

El tercer trimestre iniciará con 1666.67 unidades en inventario y en el resto de su etapa de producción se producirán 1333.33 unidades más. Durante este tiempo se consumirán 1000 unidades (lo equivalente a 6000/6 unidades), por lo que el inventario llegará a 2000 unidades. Las cuales se consumirán en 1/3 del trimestre y de esta forma llegaremos a la mitad del trimestre. Ahí nuevamente se iniciará otra corrida de producción, la cual durará medio trimestre (hasta que el tercer trimestre termine) y en este lapso se producirán las 4000 unidades y se consumirán 3000. Por lo que llegaremos al término del tercer trimestre con 1000 unidades en inventario.

FIGURA 3.15

COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO EN EL TERCER TRIMESTRE



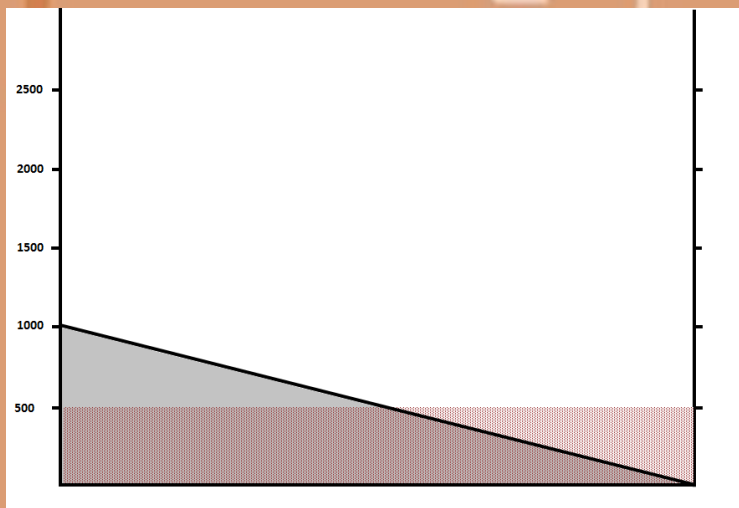
Durante este tercer periodo, el inventario promedio será:

$$\bar{I}_3 = 1833.333 \left(\frac{1}{6}\right) + 1000 \left(\frac{1}{3}\right) + 500 \left(\frac{1}{2}\right) = 888.89$$

El comportamiento del último periodo resulta sumamente sencillo, ya que iniciamos con 1000 unidades en inventario, las cuales se consumirán a lo largo del periodo.

FIGURA 3.16

COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO EN EL ÚLTIMO TRIMESTRE

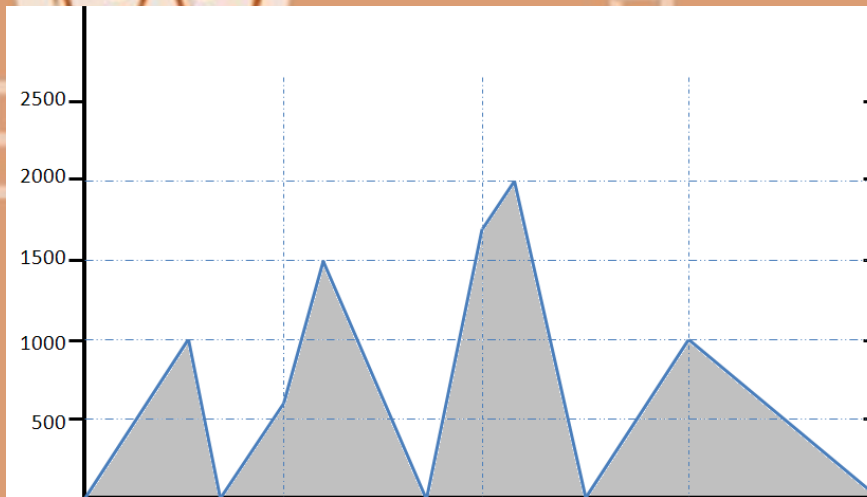


En este caso, el inventario promedio será de 500 unidades.

De nuevo, uniendo todas las gráficas llegamos a la siguiente figura:

FIGURA 3.17

COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO EN DURANTE EL AÑO



Ahora podemos obtener el inventario promedio. Como en el ejemplo anterior el inventario promedio del primer trimestre será de 444.44 unidades; en el segundo trimestre es de 833.33; en el tercer trimestre es 888.89; finalmente, en el último trimestre es 500. De tal forma que el inventario promedio durante el año es de 666.67 unidades.

CÁLCULO DEL INVENTARIO Y EL DESABASTO PROMEDIO EN UN MODELO COMERCIAL

Cuando las empresas han decidido permitir un cierto nivel de desabasto o faltantes, entonces debería calcularse tanto el inventario como el agotamiento (o desabasto) promedio.

Ejemplo 3.4

Suponga el caso en que una empresa sabe que la demanda de los siguientes cuatro trimestres es como se presenta en la Tabla 3.4.

TABLA 3.4

DESCRIPCIÓN DE LA DEMANDA POR TRIMESTRES

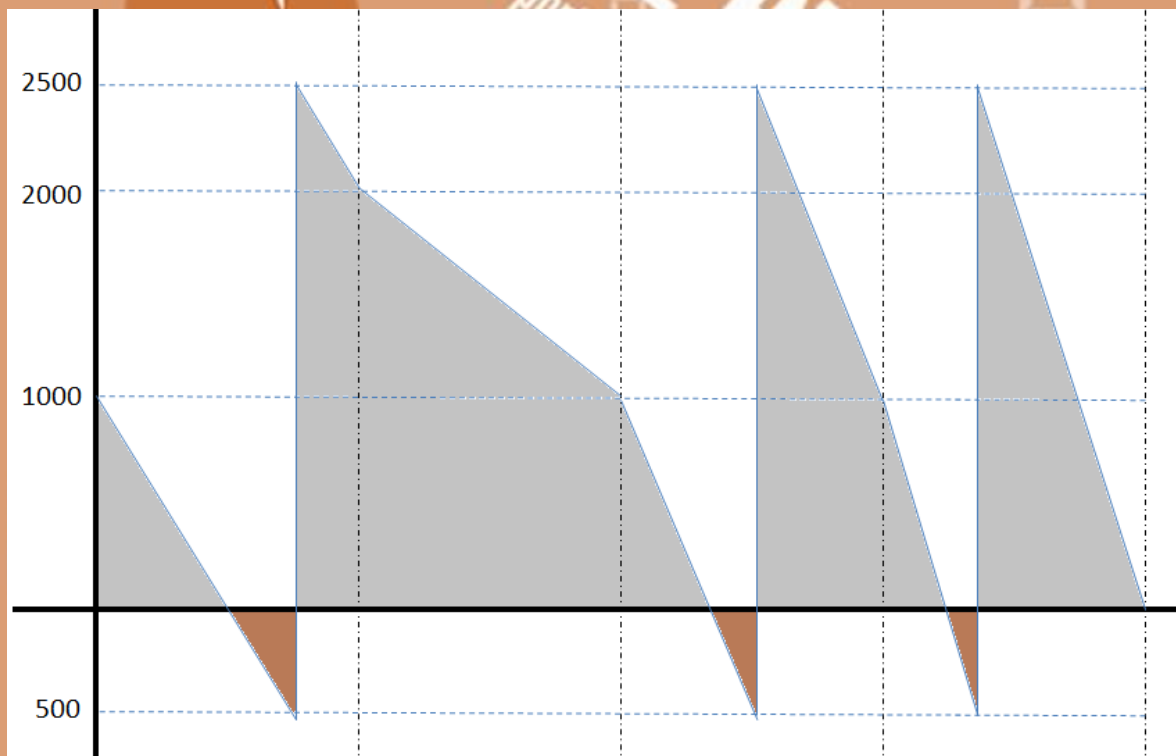
Periodo	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Demanda	2000	1000	3000	4000

La empresa tiene actualmente 1000 unidades en inventario, y ha decidido realizar pedidos de 3000 unidades cuando existan 500 unidades faltantes.

En este caso, el comportamiento del inventario y el desabasto durante cada uno de los cuatro trimestres será como se muestra a continuación.

FIGURA 3.18

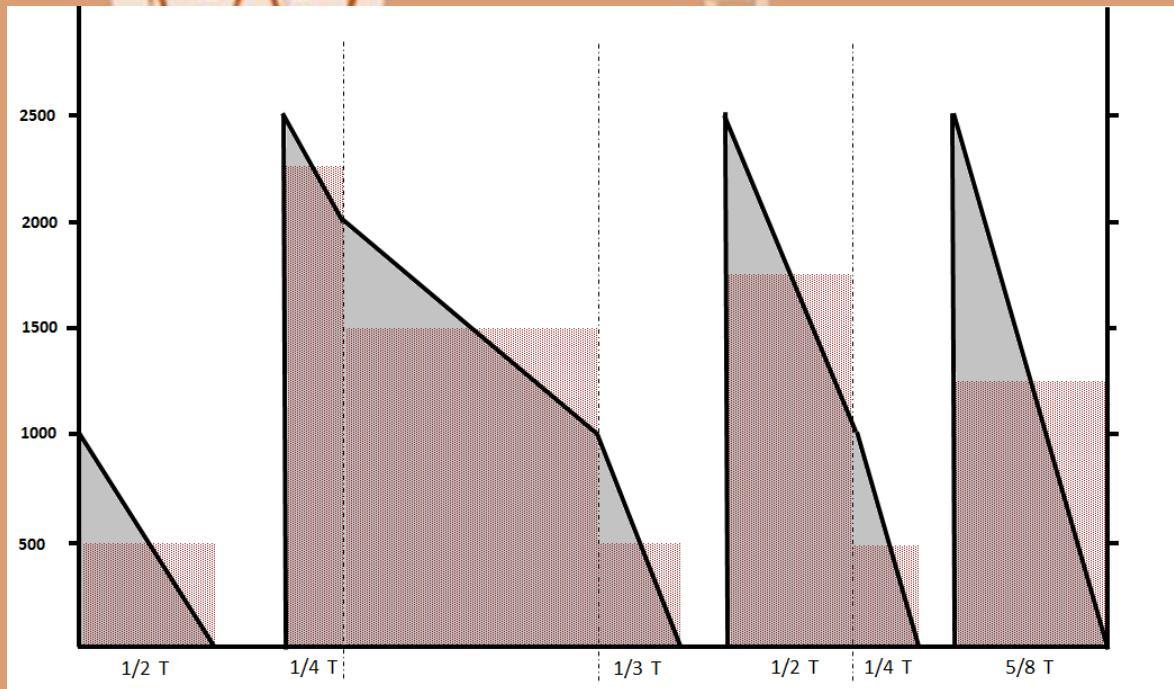
COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO Y EL AGOTAMIENTO DURANTE EL AÑO



En el caso del primer trimestre, las 1000 unidades que existían en el inventario inicial se agotarán en la mitad del periodo. Un cuarto de trimestre más adelante, se tendrá un faltante de 500 unidades. En este momento se recibirá un pedido de 3000 unidades y entonces el inventario se reabastecerá a 2500 unidades. Y en el cuarto de trimestre restante se utilizarán 500 unidades por lo que el inventario llegará a 2000 unidades cuando este trimestre termine.

Algo que es importante en la consideración del cálculo del inventario promedio es que durante el tiempo que hay desabasto, el inventario a considerar es de cero unidades. Es decir, la gráfica del inventario es como se muestra a continuación:

FIGURA 3.19
COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO DURANTE EL AÑO



De esta manera, el inventario promedio por trimestre es el siguiente:

$$\bar{I}_1 = 500 \left(\frac{1}{2} \right) + 2250 \left(\frac{1}{4} \right) = 812.50$$

$$\bar{I}_2 = 1500$$

$$\bar{I}_3 = 500 \left(\frac{1}{3} \right) + 1750 \left(\frac{1}{2} \right) = 1041.67$$

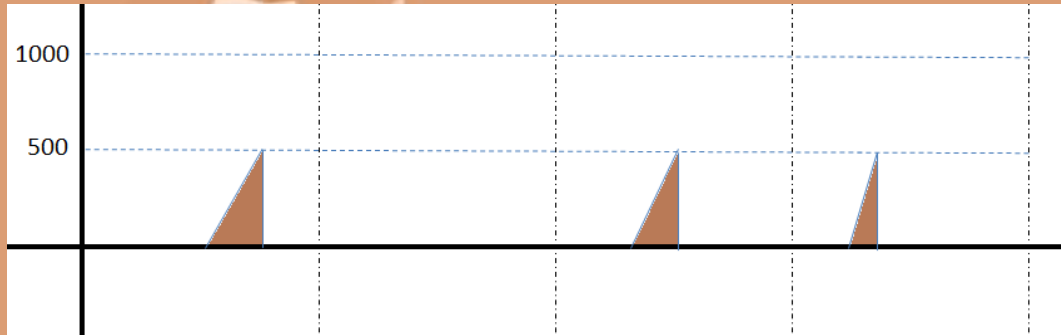
$$\bar{I}_4 = 500 \left(\frac{1}{4} \right) + 1250 \left(\frac{5}{8} \right) = 906.25$$

Por lo que el inventario promedio anual es de 1065.10 unidades

Por otra parte, el agotamiento promedio debería calcularse a partir de la siguiente gráfica:

FIGURA 3.20

COMPORTAMIENTO DEL AGOTAMIENTO DURANTE EL AÑO



De esta manera, el desabasto promedio por trimestre es

$$\begin{aligned}
 \bar{b}_1 &= 250 \left(\frac{1}{4} \right) = 62.50 & \bar{b}_2 &= 0 \\
 \bar{b}_3 &= 250 \left(\frac{1}{6} \right) = 41.67 & \bar{b}_4 &= 250 \left(\frac{1}{8} \right) = 31.25
 \end{aligned}$$

Por lo que el agotamiento promedio anual es de 33.85 unidades.

CÁLCULO DEL INVENTARIO Y EL DESABASTO PROMEDIO EN UN MODELO PRODUCTIVO

Finalmente, considere el caso en el que una empresa que manufactura sus propios productos se ha permitido considerar faltantes dentro de su modelo de inventario.

Ejemplo 3.5

Suponga el caso en que una empresa sabe que la demanda de los siguientes cuatro trimestres es como se presenta en la Tabla 3.5.

TABLA 3.5

DESCRIPCIÓN DE LA DEMANDA POR TRIMESTRES

Periodo	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Demanda	2000	1000	3000	4000

La empresa tiene actualmente 1000 unidades en inventario, y ha decidido realizar sus corridas de producción cuando existan 500 unidades faltantes. La tasa de producción (P) de esta empresa es de 32 000 unidades, además, la empresa ha decidido que su primera corrida de producción será de 2000 unidades, su segunda corrida de producción será de 3000 unidades y su última corrida de producción será de 4000 unidades.

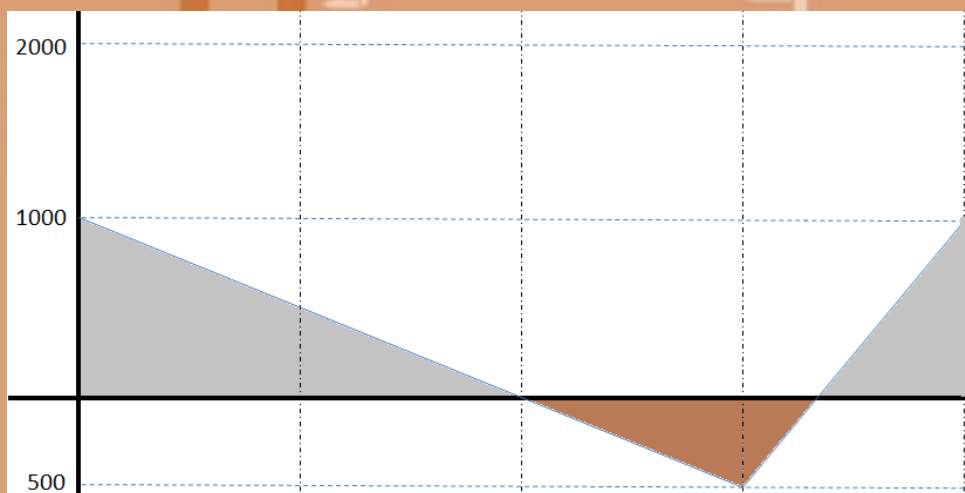
Antes de mostrar la gráfica del inventario y el desabasto durante cada uno de los cuatro trimestres es conveniente hacer una narración de la forma que ésta gráfica tendrá en cada trimestre.

En el primer trimestre, se iniciará la gráfica considerando un inventario de 1000 unidades. Estas 1000 unidades se agotarán a la mitad del trimestre, a partir de este punto se iniciará el desabasto, y en un cuarto de periodo después se tendrá el desabasto de 500 unidades. Ahí se iniciará la primera corrida de producción, y dado que la tasa de producción es de 8000 unidades por trimestre, la corrida de producción durará justo el cuarto de trimestre, es decir, la corrida de producción terminará justo cuando termine el trimestre.

Por lo que al final del trimestre se tendrá un inventario de 1000 unidades, ya que se pagarán las 500 unidades que se tenían faltantes y, además, se consumirán 500 unidades durante este tiempo. Por lo que la gráfica de este periodo es como se muestra a continuación.

FIGURA 3.21

COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO Y EL AGOTAMIENTO DURANTE EL PRIMER TRIMESTRE



Note que la fracción de tiempo que existe inventario es la mitad del trimestre y dos terceras partes del periodo de producción (recuerde que la etapa de producción dura una cuarta parte del periodo), lo cual corresponde a la última sexta parte del periodo. El inventario promedio de este trimestre es: $500 (1/2) + 500 (1/6) = 333.33$ unidades.

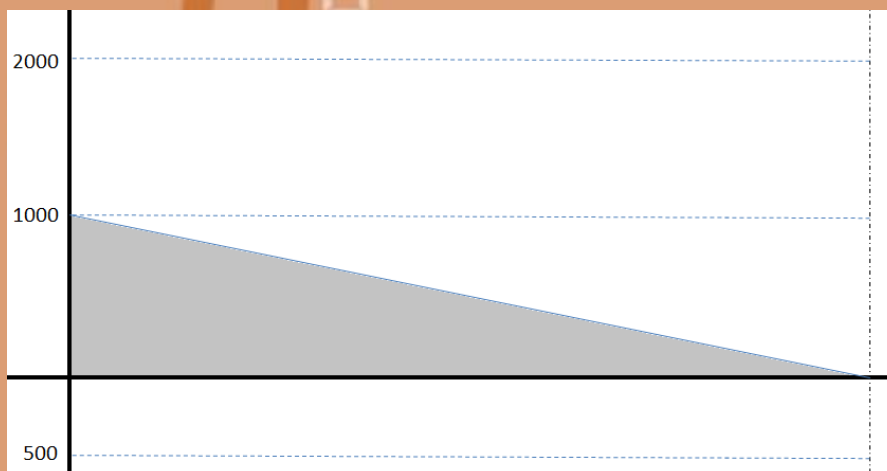
Por otra parte, el agotamiento se dará durante una cuarta parte del periodo y en la tercera parte de la etapa de producción (es decir, en una doceava parte más del periodo). El agotamiento promedio del periodo es de $250 (1/4 + 1/12) = 250 (1/3) = 83.33$ unidades.

El periodo de agotamiento también puede calcularlo de la siguiente forma. En un cuarto de periodo se agotarán 500 unidades, en ese momento empieza la etapa de producción. Dado que la tasa de producción es de 8000 unidades y la tasa de consumo es de 2000 unidades, esto es equivalente a que durante la etapa de producción el inventario crecerá a razón de 6000 unidades por trimestre, por lo que las 500 unidades se repondrán en $1/12$ de trimestre. Es decir, el agotamiento promedio será de $250 (1/4 + 1/12) = 83.33$ unidades.

En el siguiente trimestre las 1000 unidades existentes en inventario se consumirán y se terminará este periodo con cero unidades.

FIGURA 3.22

COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO Y EL AGOTAMIENTO DURANTE EL SEGUNDO TRIMESTRE

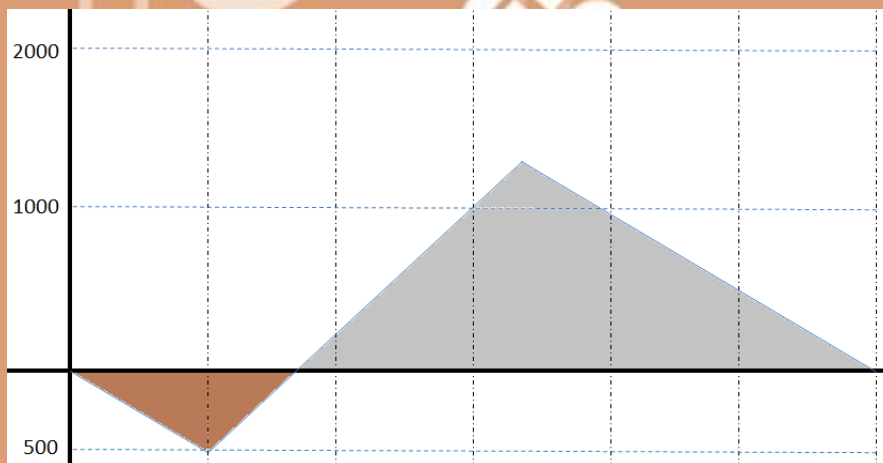


En este periodo el inventario promedio será de 500 unidades, y dado que no existen faltantes, el agotamiento promedio será de 0 unidades.

El tercer periodo iniciará con inventario 0, pero dado que las corridas de producción ocurren hasta que existen 500 unidades faltantes, entonces transcurrirá una sexta parte del trimestre para iniciar el periodo de producción. Además, dado que se producirán 3000 unidades, este periodo de producción durará $3/8$ de trimestre. Considere, además, que el consumo durante este tiempo será de $(3/8) 3000 = 1125$ unidades. Por lo tanto, el inventario al final de la corrida de producción será de 1375 unidades ($3000 - 1125 - 500$). Estas unidades se consumirán en lo que resta del trimestre.

FIGURA 3.23

COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO Y EL AGOTAMIENTO DURANTE EL TERCER TRIMESTRE



El problema ahora consiste en determinar el tiempo que existen faltantes y el tiempo en que existe inventario. Note que la corrida de producción inicia cuando existen 500 unidades faltantes y esto representa la sexta parte del trimestre. Por otra parte, dado que la tasa de producción es equivalente a 8000 unidades por trimestre y que la tasa de consumo será de 3000 unidades en el trimestre, entonces durante el tiempo de producción se crecerá a una velocidad de 5000 unidades por periodo. Esto es equivalente a que decir que después de $1/10$ del trimestre dejarán de existir agotamientos (es decir, en $1/10$ de trimestre el inventario crecerá 500 unidades). De esta manera, el tiempo que dura el agotamiento será de $1/6 + 1/10 = 4/15$, y por tanto el tiempo en que habrá inventario será de $11/15$.

Por lo que el inventario promedio será: $(1375/2) (11/15) = 504.167$ unidades.

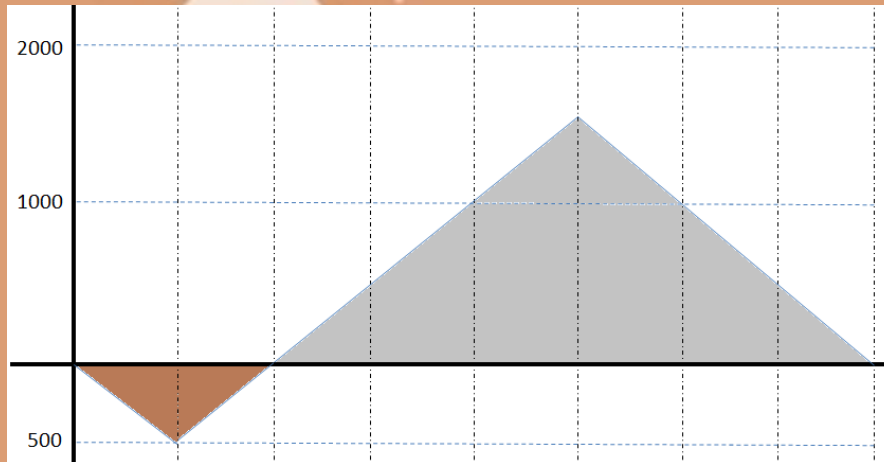
Además, el agotamiento promedio será $(500/2) (4/15) = 66.667$ unidades.

Finalmente, el cuarto periodo también iniciará con 0 unidades, un octavo de tiempo más tarde (cuando haya un faltante de 500 unidades) se iniciará el periodo de producción. Además, dado que se producirán 4000 unidades, el periodo de producción durará $1/2$ de trimestre. Considere,

además, que el consumo durante este tiempo será de $(1/2) 4000 = 2000$ unidades. Por lo tanto, el inventario al final de la corrida de producción será de 1500 unidades $(4000 - 2000 - 500)$. Y estas unidades se consumirán en lo que falta del trimestre.

FIGURA 3.24

COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO Y EL AGOTAMIENTO DURANTE EL CUARTO TRIMESTRE



De una manera similar al trimestre anterior, podemos afirmar que habrá faltantes durante $1/4$ del trimestre, y habrá inventario en $3/4$ partes del trimestre.

De esta manera, el inventario promedio será $750 \cdot (3/4) = 562.5$. El agotamiento promedio será de $250 (1/4) = 62.5$

Finalmente, el inventario promedio anual será de 475 unidades, mientras que el agotamiento promedio anual será de 53.125 unidades.

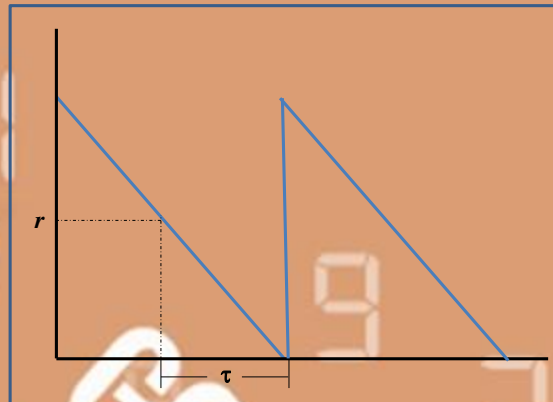
3.4.2. Puntos de reorden

Regularmente los pedidos no son satisfechos en forma inmediata, siempre existe un tiempo que transcurre desde que la orden es realizada hasta que el pedido es entregado en el almacén, este tiempo regularmente se conoce como el tiempo de adelanto (o también tiempo de pedido, y se denotará con el símbolo τ).

Por su parte, el punto de reorden r debe ser entendido como el nivel en el que se encuentra el inventario en el momento en que se realiza el pedido.

FIGURA 3.25

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL PUNTO DE REORDEN



Si la demanda es determinística, y se han establecido las fechas en que se desea recibir un pedido (o se desea iniciar una corrida de producción) y se conoce con exactitud el tiempo de adelanto, entonces el punto de reorden puede ser establecido sin dificultad mediante el manejo de triángulos semejantes.

Ejemplo 3.6

Suponga una empresa que se dedica a la comercialización de un determinado producto y que, aunque la demanda varía de trimestre a trimestre, la tasa de consumo durante los trimestres se mantiene constante. Los datos relevantes sobre la demanda de cada trimestre se presentan en la Tabla 3.6.

TABLA 3.6

DESCRIPCIÓN DE LA DEMANDA POR TRIMESTRES

Periodo	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Demanda	1000	4000	3000	2000

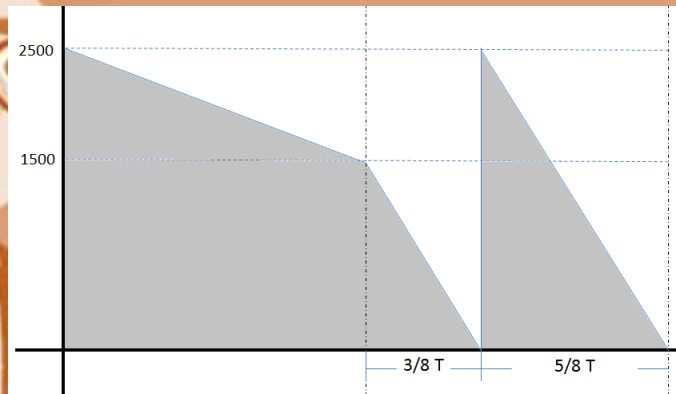
La empresa trabaja 300 días por año (75 días hábiles por trimestre), actualmente se tiene 2500 unidades en inventario y los pedidos se realizan por 2500 unidades.

- 1) Determine el punto de reorden del primer pedido si:
 - a) El tiempo de adelanto es de 10 días.
 - b) El tiempo de adelanto es de 25 días.
 - c) El tiempo de adelanto es de 40 días
 - d) El tiempo de adelanto es de 60 días

- 2) Determine el punto de reorden del segundo pedido si
 - a) El tiempo de adelanto es de 10 días.
 - b) El tiempo de adelanto es de 60 días.

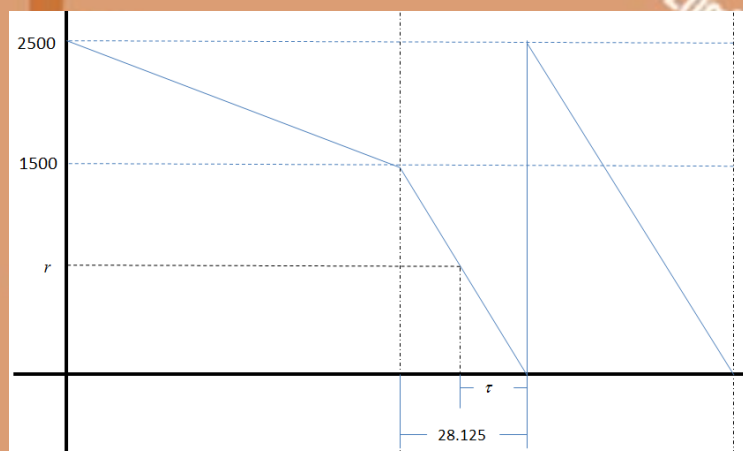
Solución.

Para resolver este problema, haremos la gráfica del comportamiento del inventario durante los dos primeros semestres.



Como puede verse, el primer pedido debe llegar cuando haya transcurrido $3/8$ de tiempo del segundo trimestre (es decir, cuando haya transcurrido 28.125 días del segundo trimestre); mientras que el segundo pedido debe recibirse justo cuando termine el segundo trimestre.

En este caso, los dos primeros incisos del primer problema podrían responderse utilizando la siguiente gráfica:



En ambos casos, se puede observar que todo el consumo durante el tiempo de entrega se encuentra contenido en el segundo trimestre.

1.a)

Dado que 10 días representan 0.13333 unidades de trimestre, y dado que el consumo en el segundo trimestre es de 4000 unidades, entonces,

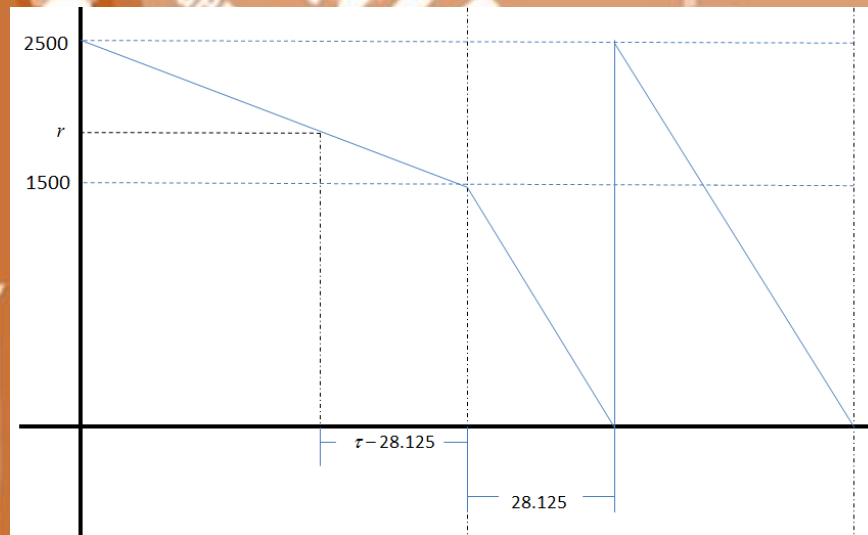
$$r = 4000 (0.13333) = 533.33$$

1.b)

Dado que 25 días representan 0.33333 unidades de trimestre, y dado que el consumo en el segundo trimestre es de 4000 unidades, entonces,

$$r = 4000 (0.33333) = 1\ 333.33$$

Para los siguientes dos incisos del primer problema, la gráfica es:



Entonces durante el tiempo de entrega, una parte pertenece al primer trimestre y otra pertenece al segundo trimestre. El consumo correspondiente al segundo trimestre es de 1500 unidades. Solo nos falta obtener la parte del consumo que se realiza en el primer trimestre.

1.c)

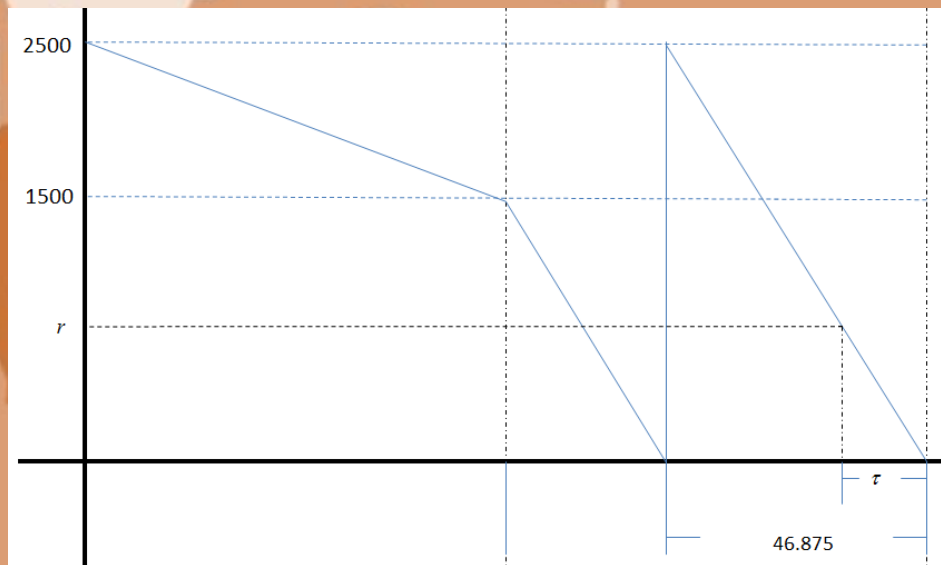
Dado que el tiempo de espera es de 40 días, entonces el número de días que pertenecen a la espera en el primer trimestre será de 11.875 días. Estos días equivalen a 0.15833 trimestres. Dado que el consumo promedio del tiempo de espera en el primer trimestre es de 158.33 unidades. Estas unidades se suman a aquellas que se consumen durante la espera en el segundo trimestre, por lo que $r = 1500 + 1000 (0.15833) = 1\ 658.33$ unidades.

1.d)

En el último de los casos, el razonamiento es similar, el número de días que corresponden al primer trimestre durante el tiempo de entrega es de 31.875 días, lo que equivale a 0.425 trimestres. Por lo que $r = 1500 + 1000 (0.425) = 1\ 425$ unidades.

2.a)

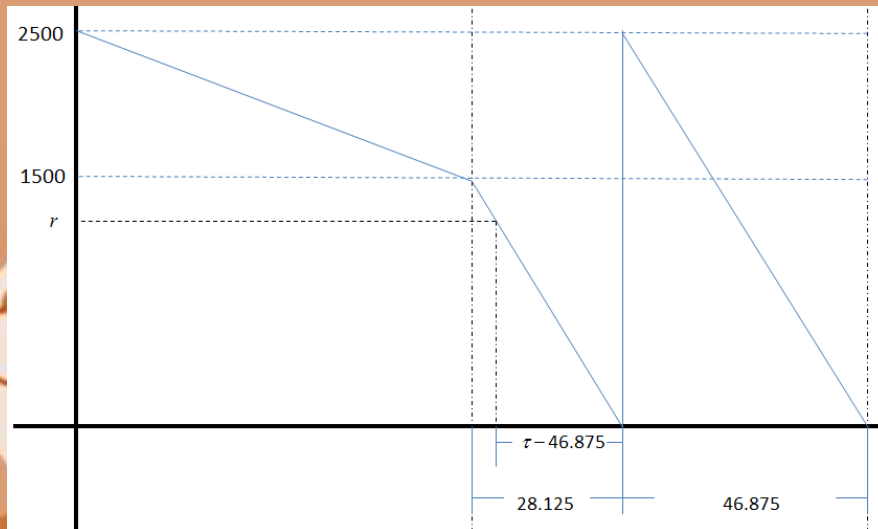
Para el primer inciso del segundo problema, entonces la gráfica con la que podemos hacer la relación es la siguiente



Es decir, r representa el consumo que se realiza durante 10 días en el segundo trimestre. Dado que 10 días representan 0.13333 unidades de trimestre, y dado que el consumo en el segundo trimestre es de 4000 unidades, entonces, $r = 4000 (0.13333) = 533.33$ unidades.

2.b)

Finalmente, para el último inciso del segundo problema, la gráfica que representa esto es la siguiente:



En este caso, el tiempo de consumo se calcula como el periodo de tiempo que se debe realizar el pedido antes de la última entrega. Dado que el tiempo de entrega es de 60 días, entonces, el consumo es equivalente a $60 - 46.875 = 13.125$ días. Dado que estos 13.125 días se encuentran en el segundo trimestre y que 13.125 días es equivalente a 0.175 trimestres, entonces $r = 4000 (0.175) = 700$ unidades.

Analicemos ahora el comportamiento de los puntos de reorden para un modelo productivo.

Ejemplo 3.7

Suponga una empresa que se dedica a la producción de un determinado artículo y que, aunque la demanda varía de trimestre a trimestre, la tasa de consumo durante los trimestres se mantiene constante. Los datos relevantes sobre la demanda de cada trimestre se presentan en la Tabla 3.7.

TABLA 3.7

DESCRIPCIÓN DE LA DEMANDA POR TRIMESTRES

Periodo	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Demanda	1000	4000	3000	2000

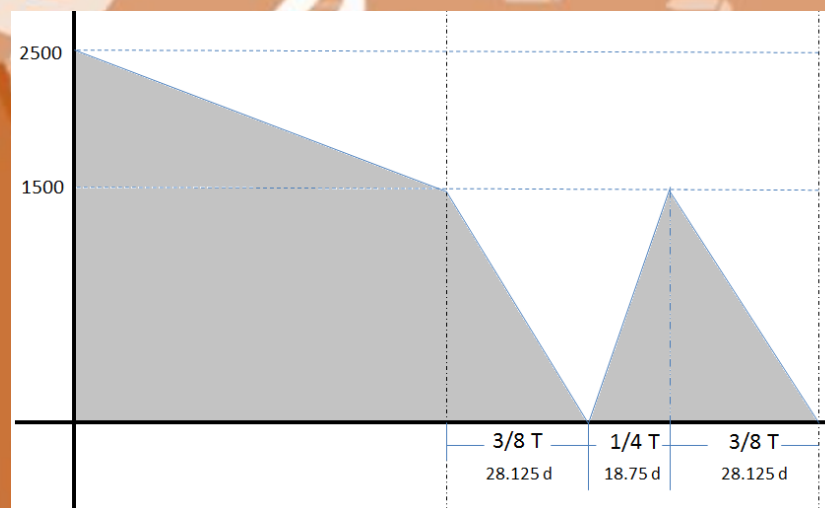
La empresa trabaja 300 días por año (75 días hábiles por trimestre), actualmente se tiene 2500 unidades en inventario. La tasa de producción es de 40 000 unidades por año y se harán corridas de producción de 2500 unidades.

- 1) Determine el punto de reorden de la primera corrida de producción si:
 - a) El tiempo de preparación de una corrida de producción es de 10 días.
 - b) El tiempo de preparación de una corrida de producción es de 60 días.

- 2) Determine el punto de reorden de la segunda corrida de producción si:
- El tiempo de adelanto es de 10 días.
 - El tiempo de adelanto es de 40 días.

Solución.

Al igual que en el ejemplo anterior, haremos la gráfica del comportamiento del inventario durante los dos primeros trimestres.

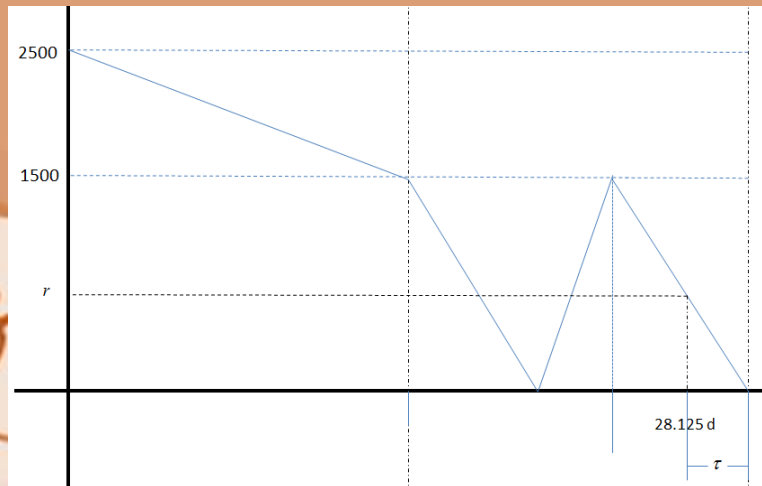


Como puede verse, la primera corrida de producción debe iniciar cuando haya transcurrido $\frac{3}{8}$ de tiempo del segundo trimestre (es decir, cuando haya transcurrido 28.125 días del segundo trimestre); mientras que la segunda corrida debe empezar justo cuando termine el segundo trimestre.

En este caso, los dos incisos del primer problema corresponden justo a las soluciones obtenidas en el ejemplo anterior, por lo que:

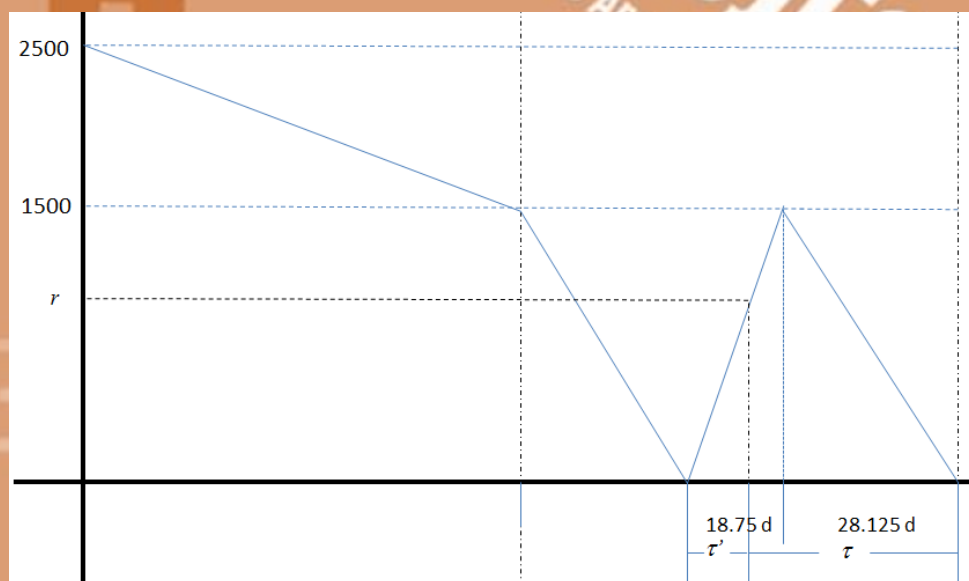
- $r = 533.33$ unidades
- $r = 1925$ unidades

Para resolver el primer inciso del segundo problema, entonces es conveniente utilizar la siguiente gráfica:



En este caso, dado que el tiempo de entrega cae enteramente durante el periodo de consumo, entonces la forma de obtener r es calculando el consumo durante este tiempo, dado que 10 días es equivalente a 0.13333 trimestres y que el consumo del trimestre es de 4000 unidades, entonces $r = 4000 (0.13333) = 533.33$ unidades.

Para el siguiente inciso, la gráfica a considerar es:



Note que en este caso r debe calcularse durante el periodo de producción. Este periodo de producción dura 18.75 días (lo equivalente a 1/4 del trimestre), y el periodo de consumo será de 28.125 días (lo equivalente a 3/8 del trimestre).

Dado que la preparación de la corrida de producción es de 40 días, entonces denominaremos τ' al tiempo que ha transcurrido después de iniciar la corrida de producción. Por lo que $\tau' = 18.75 + 28.125 - \tau = 6.875$.

Es decir, nuestro punto de reorden será el punto en el que se encuentra el inventario 6.875 días después de iniciar la corrida de producción. El ritmo de crecimiento del inventario durante la corrida de producción es de 6 000 unidades por trimestre (dado que tenemos la capacidad de producir a un ritmo de 10 000 unidades, pero el consumo ocurre a un ritmo de 4 000 unidades).

Dado que 6.875 días es equivalente a 0.09167 trimestres, entonces $r = 6000 (0.09167) = 550$ unidades.

3.5 Costos totales de una política de inventarios

Una política de inventarios debe responder específicamente las siguientes preguntas:

- 1) ¿Cuánto pedir?
- 2) ¿Cuándo pedir?
- 3) ¿Cuáles son los costos asociados a esta política?

Las dos primeras preguntas, regularmente están definidas por la persona encargada de la toma de decisiones de las compras con base en los pronósticos realizados. La tercera pregunta es básicamente una consecuencia de la respuesta que se le ofrece a las dos primeras.

Como habíamos mencionado anteriormente, el costo total anual (K) ordinariamente se compone del costo anual de pedir, el costo anual de mantenimiento y el costo anual de desabasto.

$$K(Q, b) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Costo anual} \\ \text{de pedir} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Costo anual} \\ \text{de mantener} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Costo anual} \\ \text{de desabasto} \end{array} \right\}$$

Más específicamente,

$$K(Q, b) = \{NA\} + \{h\bar{I}\} + \{\pi Nb + \pi_{\tau}\bar{b}\}$$

donde

N = Número anual de pedidos (o de corridas de producción)

\bar{I} = Inventario promedio

b = Número total de unidades por ciclo de inventario

\bar{b} = Agotamiento promedio

Con la fórmula anterior resulta posible evaluar los costos asociados con diferentes políticas de inventarios.

Ejemplo 3.8

Una empresa dedicada a la comercialización de artículos tiene las siguientes características: El costo de pedir se ha estimado en \$3 000; el costo de adquisición de un artículo es de \$180; el costo anual asociado al mantenimiento de inventario se ha calculado en un 15% del valor del inventario promedio; el proveedor tarda 15 días hábiles en surtir un pedido (considere que la empresa tiene 300 días laborables).

Si bien la demanda varía de trimestre a trimestre, puede considerarse que ésta se mantiene a una tasa constante dentro de cada trimestre. Las demandas asociadas a cada trimestre se muestran en la siguiente tabla:

TABLA 3.7

DESCRIPCIÓN DE LA DEMANDA POR TRIMESTRES

Periodo	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Demanda	5000	2000	1000	4000

Actualmente se tienen 2000 unidades en inventario y la empresa está evaluando dos diferentes políticas para este artículo.

Política 1.

No permitir faltantes y establecer pedidos por 2500 unidades cuando el inventario llegue a cero unidades.

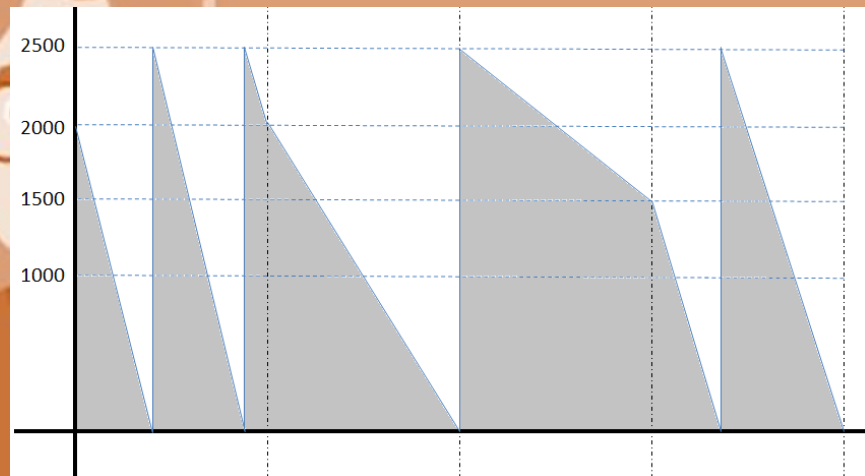
Política 2.

Permitir faltantes por 500 unidades. Para premiar la fidelidad de los clientes, cada unidad faltante se entregará a domicilio lo cual un costo de \$20 por unidad faltante ($\pi = 20$). Además, se considerará un costo asociado con la buena voluntad de los clientes, este costo es directamente proporcional al tiempo que dure la entrega retroactiva y se ha calculado en \$100 por año (esto es, $\pi_r = 100$). Se piensa en realizar tres pedidos, los dos primeros por 3000 unidades y el último pedido por 4000 unidades.

Determine la política más conveniente para la empresa, los puntos de reorden y el costo total asociado con esa política

Solución

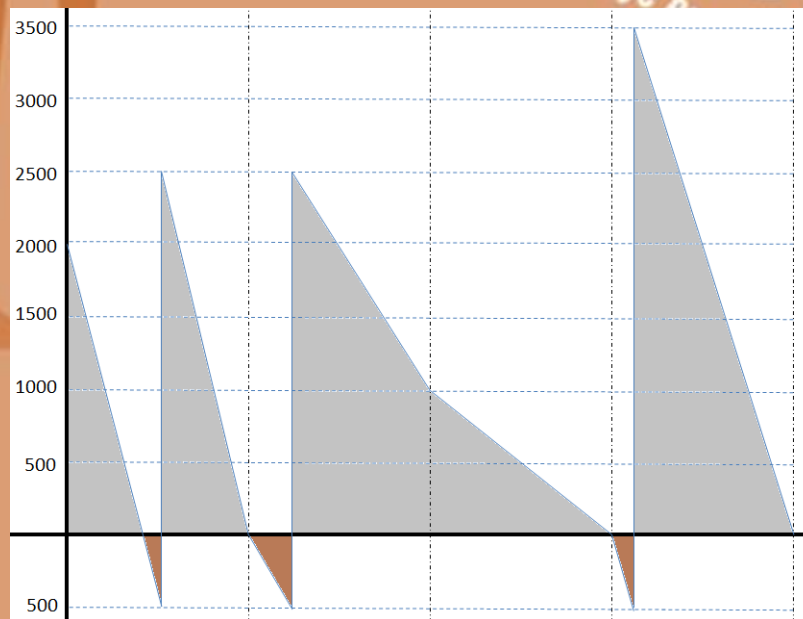
Si consideramos la primera propuesta el inventario debería comportarse de la siguiente manera.



Con base en esta figura se puede obtener que el inventario promedio es 1328.125

De esta manera, $K = NA + h\bar{I} = 4(3000) + 27(1328.125) = 47\ 859.38$

Por otra parte, si consideramos la segunda política entonces podemos obtener la siguiente figura



En este caso, el inventario promedio es 1092.19, mientras que el agotamiento promedio es 29.69.

En este caso, dado que los faltantes son permitidos, $K = NA + h\bar{I} + \pi Nb + \pi_{\tau}\bar{b}$. Esto es, $K = 3(3000) + 27(1092.19) + 20(3)(500) + 29.69(100) = 65\,427$

Por lo tanto, la primera opción resulta ser la más adecuada.

Finalmente, calculando los puntos de reorden para el primer caso, entonces nos quedará que $r_1 = 1000$, $r_2 = 1000$, $r_3 = 400$, $r_4 = 800$.

Es importante hacer notar que, en este caso, ninguna de las dos políticas enunciadas es óptima, pero que tenemos la posibilidad de realizar comparaciones entre dos diferentes políticas de inventario.

3.6 Resumen

En este capítulo hemos visto la importancia de establecer una adecuada clasificación del inventario para determinar cuáles de los productos son fundamentales en la operación del negocio y por tanto, deberían de ser cuidados de manera especial. Hemos visto también una clasificación que se basa en la variabilidad de la demanda, regularmente esto resulta fundamental para determinar el método adecuado que se aplicará para el cálculo del inventario (esto se verá en las secciones posteriores).

Cuando combinamos ambas clasificaciones, entonces podemos determinar la importancia de cuidar la planeación del inventario de un artículo y el método que se deberá emplear para realizar esta planeación.

También es importante subrayar todos los tipos de costos que están involucrados en la planeación del inventario, y entender que en la gran mayoría de los casos, el costo total se calcula como la suma de tres costos: el costo anual de pedir, el costo anual de mantener y el costo anual por unidades agotadas. Cuando la empresa decide no permitir faltantes, entonces el costo total está basado en las dos primeras componentes.

En este capítulo se analiza también el concepto de inventario promedio, agotamiento promedio y punto de reorden. Como se verá más adelante, estos tres elementos son fundamentales cuando se diseña una política de inventarios.

3.7 Problemas

1. Con los siguientes números de parte realice una clasificación ABC.

Producto	Uso anual (\$)	Producto	Uso anual (\$)	Producto	Uso anual (\$)	Producto	Uso anual (\$)
100001	13762	100122	14082	100256	440984	100368	182210
100003	6527	100124	12083	100260	9768	100370	472398
100006	29352	100127	8386	100262	11079	100371	1229
100010	2393	100129	4050	100263	14314	100373	17034
100013	4076	100131	1131	100265	15378	100376	38219
100014	15354	100133	10966	100267	483806	100380	14015
100016	3424	100134	12539	100270	37184	100384	198602
100019	20966	100136	42547	100273	36287	100386	183343
100023	11436	100140	54649	100275	7496	100388	175856
100027	13848	100142	12758	100278	6027	100390	74543
100030	650	100145	41278	100280	5101	100392	16649
100031	532602	100147	339851	100283	350872	100393	496184
100034	116888	100150	15815	100286	2271	100395	139014
100037	1387	100153	1647	100287	2976	100397	128078
100039	15249	100160	67664	100289	323511	100401	79404
100042	203610	100161	13089	100293	46822	100403	431257
100043	3778	100164	12016	100294	17664	100405	93966
100047	3093	100167	19703	100298	3884	100406	6913
100051	2256	100169	419286	100299	9233	100408	9359
100055	279087	100171	16205	100304	189270	100410	10682
100057	92055	100172	56725	100306	16416	100413	1394
100059	2174	100174	17437	100307	109417	100417	24013
100063	9408	100178	12157	100309	18979	100420	11067
100065	91103	100181	362331	100311	15884	100423	16486
100069	5928	100185	14033	100314	6567	100424	154157
100071	460161	100188	18847	100317	509064	100425	4446
100072	152541	100189	31506	100321	3760	100429	9330
100075	9996	100194	409250	100323	233384	100433	16297
100076	2925	100197	211366	100325	13405	100435	26891
100077	258823	100198	17664	100327	6328	100436	10275
100078	5643	100201	246232	100330	290183	100441	11650
100080	363	100205	14315	100334	14203	100442	6482
100082	53184	100206	9424	100335	14760	100445	4540
100084	173934	100208	17203	100338	7153	100446	6507
100086	63417	100209	10490	100340	12155	100449	47715
100088	16570	100212	28459	100342	12299	100450	17036
100092	22815	100214	10024	100344	148141	100454	3978
100095	7173	100218	12432	100345	28786	100457	47361
100096	37377	100221	45085	100347	1856	100461	44429
100097	1774	100223	7226	100349	37866	100462	59432
100099	146350	100225	4465	100351	167000	100465	13012
100103	2159	100229	16091	100352	12608	100469	3133
100106	68681	100230	15092	100353	16147	100470	7934
100108	101213	100233	100817	100355	13290	100471	9185
100112	14854	100240	17554	100358	132753	100475	1254
100113	14413	100243	24411	100359	5242	100477	118222
100116	9298	100247	7300	100362	165206	100481	223797
100118	159336	100251	12293	100365	375386	100485	8143
100119	396482	100253	14815	100366	9975	100489	642
100121	305300	100255	13625	100367	9583	100492	10419

2. Considere los datos de ventas de los siguientes meses:

	Mes 1	Mes 2	Mes 3	Mes 4	Mes 5	Mes 6	Mes 7	Mes 8	Mes 9	Mes 10	Mes 11	Mes 12
Ventas	1066	789	451	631	683	578	252	135	547	686	560	87
	Mes 13	Mes 14	Mes 15	Mes 16	Mes 17	Mes 18	Mes 19	Mes 20	Mes 21	Mes 22	Mes 23	Mes 24
Ventas	461	1192	463	508	594	231	120	697	473	794	775	0

Determine si este artículo puede ser considerado como un artículo de baja variabilidad, variabilidad alta o variabilidad muy alta.

3. Considere los datos de ventas de los siguientes meses:

	Mes 1	Mes 2	Mes 3	Mes 4	Mes 5	Mes 6	Mes 7	Mes 8	Mes 9	Mes 10	Mes 11	Mes 12
Ventas	567	101	927	0	0	92	0	460	0	288	1825	201

	Mes 13	Mes 14	Mes 15	Mes 16	Mes 17	Mes 18	Mes 19	Mes 20	Mes 21	Mes 22	Mes 23	Mes 24
Ventas	476	0	899	0	473	907	0	203	758	94	0	189

Determine si este artículo puede ser considerado como un artículo de baja variabilidad, variabilidad alta o variabilidad muy alta.

4. Considere los datos de ventas de las siguientes semanas:

	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Semana 5	Semana 6	Semana 7	Semana 8	Semana 9	Semana 10	Semana 11	Semana 12	Semana 13
Ventas	337	158	141	81	166	147	140	322	134	262	270	187	28

	Semana 14	Semana 15	Semana 16	Semana 17	Semana 18	Semana 19	Semana 20	Semana 21	Semana 22	Semana 23	Semana 24	Semana 25	Semana 26
Ventas	214	557	65	238	270	92	169	306	226	242	219	245	62

	Semana 27	Semana 28	Semana 29	Semana 30	Semana 31	Semana 32	Semana 33	Semana 34	Semana 35	Semana 36	Semana 37	Semana 38	Semana 39
Ventas	306	132	42	136	101	481	15	158	162	376	245	465	317

	Semana 40	Semana 41	Semana 42	Semana 43	Semana 44	Semana 45	Semana 46	Semana 47	Semana 48	Semana 49	Semana 50	Semana 51	Semana 52
Ventas	86	153	240	203	468	208	209	320	301	207	420	204	461

Determine si este artículo puede ser considerado como un artículo de baja variabilidad, variabilidad alta o variabilidad muy alta.

5. Considere los datos de ventas de las siguientes semanas:

	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Semana 5	Semana 6	Semana 7	Semana 8	Semana 9	Semana 10	Semana 11	Semana 12	Semana 13
Ventas	0	735	387	0	1098	0	120	406	454	835	590	0	406

	Semana 14	Semana 15	Semana 16	Semana 17	Semana 18	Semana 19	Semana 20	Semana 21	Semana 22	Semana 23	Semana 24	Semana 25	Semana 26
Ventas	443	463	231	0	168	316	398	328	188	0	0	351	970

	Semana 27	Semana 28	Semana 29	Semana 30	Semana 31	Semana 32	Semana 33	Semana 34	Semana 35	Semana 36	Semana 37	Semana 38	Semana 39
Ventas	600	82	0	0	208	276	0	0	0	0	181	0	367

	Semana 40	Semana 41	Semana 42	Semana 43	Semana 44	Semana 45	Semana 46	Semana 47	Semana 48	Semana 49	Semana 50	Semana 51	Semana 52
Ventas	0	194	0	1047	61	673	854	811	563	76	360	0	312

Determine si este artículo puede ser considerado como un artículo de baja variabilidad, variabilidad alta o variabilidad muy alta.

6. Considere que, investigando un poco más sobre el comportamiento del artículo del problema anterior, usted encuentra que hubo problemas con el proveedor entre la semana 33 y la semana 36, y que usted considera que sería conveniente eliminar estos datos. ¿Cambiaría esto la clasificación de este artículo?

En cada uno de los siguientes problemas encuentre el inventario promedio y los puntos de reorden. Considere que cada año tiene 300 días (75 días por trimestre). En cada caso, interprete la siguiente notación.

I_0 \equiv Inventario inicial.

Q_i \equiv Cantidad del pedido i .

P \equiv Capacidad de producción.

b \equiv Agotamiento máximo.

τ \equiv Tiempo de entrega o tiempo de preparación de una corrida de producción.

7. Modelo comercial sin agotamiento

Trimestre	1	2	3	4
Demanda	4 000	3 000	5 000	2 000

$I_0 = 2\ 000$

$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 3\ 000$

$\tau = 30$ días

8. Modelo comercial sin agotamiento

Trimestre	1	2	3	4
Demanda	6 000	9 000	8 000	4 000

$I_0 = 3\ 000$

$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 5\ 000$

$Q_5 = 4\ 000$

$\tau = 30$ días

9. Modelo productivo sin agotamiento

Trimestre	1	2	3	4
Demanda	4 000	3 000	5 000	2 000

$P = 48\ 000/\text{año}$

$I_0 = 2\ 000$

$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 3\ 000$

$\tau = 15$ días

10. Modelo productivo sin agotamiento

Trimestre	1	2	3	4
-----------	---	---	---	---

Demanda	6 000	9 000	8 000	4 000
---------	-------	-------	-------	-------

$$P = 60\,000$$

$$I_0 = 3\,000$$

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 5\,000$$

$$Q_5 = 4\,000$$

$$\tau = 30 \text{ días}$$

11. Modelo comercial con agotamiento

Trimestre	1	2	3	4
Demanda	4 000	3 000	5 000	2 000

$$I_0 = 2\,000$$

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 3\,000$$

$$b = 1\,000$$

$$\tau = 45 \text{ días}$$

12. Modelo comercial con agotamiento

Trimestre	1	2	3	4
Demanda	6 000	9 000	8 000	4 000

$$I_0 = 3\,000$$

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 5\,000$$

$$Q_5 = 4\,000$$

$$b = 2\,000$$

$$\tau = 50 \text{ días}$$

13. Modelo productivo con agotamiento

Trimestre	1	2	3	4
Demanda	4 000	3 000	5 000	2 000

$$P = 60\,000/\text{año}$$

$$I_0 = 2\,000$$

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 3\,000$$

$$b = 1\,000$$

$$\tau = 50 \text{ días}$$

14. Modelo productivo con agotamiento

Trimestre	1	2	3	4
Demanda	5 000	9 000	8 000	4 000

$$\begin{aligned}
 P &= 60\,000/\text{año} & I_0 &= 2\,000 \\
 Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 &= 5\,000 & Q_5 &= 4\,000 \\
 b &= 2\,000 & \tau &= 30 \text{ días}
 \end{aligned}$$

15. Modelo comercial sin agotamiento

Bimestre	1	2	3	4	5	6
Demanda	4 000	3 000	5 000	2 000	4000	7000

$$\begin{aligned}
 I_0 &= 3\,000 & Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 &= 5\,500 \\
 \tau &= 20 \text{ días} & 1 \text{ Bimestre} &= 50 \text{ días}
 \end{aligned}$$

16. Modelo productivo sin agotamiento

Bimestre	1	2	3	4	5	6
Demanda	4 000	3 000	6 000	3 000	4000	7000

$$\begin{aligned}
 I_0 &= 3\,000 & P &= 72\,000/\text{año} \\
 Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 &= 6\,000 & \tau &= 30 \text{ días} \\
 1 \text{ Bimestre} &= 50 \text{ días}
 \end{aligned}$$

17. Una empresa que se dedica a la comercialización de artículos y está comparando dos diferentes políticas de inventario. Los datos relevantes se presentan a continuación:

Trimestre	1	2	3	4
Demanda	5 000	8 000	7 000	4 000

$$I_0 = 4\,000 \quad C = \$120 \quad A = 12\,000 \quad i = 10\%$$

Política 1: Realizar 4 pedidos de 5 000 unidades

Política 2: Realizar 5 pedidos de 4 000 unidades

¿Cuál de las dos políticas de pedido resulta más adecuada para esta empresa?